

**UNIVERSIDAD ESTATAL A DISTANCIA  
VICERRECTORÍA ACADÉMICA  
ESCUELA DE CIENCIAS DE LA ADMINISTRACIÓN**



**PROGRAMA DE BACHILLERATO Y LICENCIATURA  
ADMINISTRACIÓN DE EMPRESAS**

**GUÍA DE ESTUDIO DE LA ASIGNATURA**

**MATEMÁTICA FINANCIERA**

(CÓDIGO: 413)

**Claudio Urrutia Rojas**



## PRESENTACIÓN

Estimada y estimado estudiante:

El manejo de instrumentos de Matemática Financiera es vital en la vida diaria de los negocios, pues quienes son profesionales en Administración constantemente deben tomar decisiones con respecto a situaciones que implican el uso de cálculos de esta área, algunas veces complejos, que hoy se ven favorecidos por la tecnología, mediante de computadoras y calculadoras financieras.

Las bases académicas y teóricas resultan fundamentales para levantar una buena praxis, pues precisamente los avances tecnológicos vienen a exigir una mayor capacidad de análisis por parte de las personas que procesan los datos. **La máquina solo colabora en procesos rutinarios, ofreciéndole la oportunidad de dedicar más tiempo al análisis, planeamiento e interpretación**, que son funciones netamente profesionales.

Ante esa realidad, en las carreras que imparte la Escuela Ciencias de la Administración de la UNED (y como apoyo a otras carreras que se imparten en otras facultades de la Universidad), se ha introducido el curso de Matemática Financiera, cuyo propósito es que el estudiantado maneje los conceptos relevantes de esta disciplina como base de su formación profesional.

Se trata de un curso que contiene la descripción conceptual así como la aplicación práctica, donde el común denominador es **"el valor del dinero en su dimensión temporal"**, que le permitirá, mediante la práctica de diversos tipos de ejercicios sobre la materia, comprender los conceptos y adquirir habilidad para su aplicación.

La Cátedra de Finanzas de la UNED ha seleccionado como material de estudio para este curso el texto *Matemática Financiera e Ingeniería Económica: una introducción a las finanzas*, elaborado por Jesús Merino Serna, 2ª Edición, San José, Impresiones Amerrique, 2006.

La presente guía organiza cinco de las unidades de este texto en 4 módulos, uno por tutoría.

La **primera unidad** introduce el concepto básico de Matemática Financiera: el valor del dinero en su dimensión temporal y otros conceptos como la definición de interés y, específicamente, el interés simple.

Mediante el desarrollo de diversos ejemplos, se presenta la aplicación práctica de estos conceptos, en forma elemental y en formas más complejas, como las ecuaciones de valores financieros equivalentes. Partiendo de las fórmulas contenidas en este apartado se demuestra como, conociendo el valor de algunas de las variables, se pueden despejar otras, ya sean montos actuales o futuros, tasas de interés o número de periodos.

La **segunda unidad** se refiere a descuentos que son cantidades monetarias que se rebajan de un valor dado. Plantea la diferencia entre descuento racional o matemático y descuento comercial o bancario. Desarrolla diversos ejemplos para demostrar su aplicación práctica e incluye las ecuaciones de valores financieros equivalentes.

Asimismo, partiendo de las fórmulas contenidas en este apartado y en la unidad anterior, muestra cómo se puede conocer el costo equivalente entre el descuento racional y el descuento comercial.

La **tercera unidad** aborda el concepto de interés compuesto, estableciendo la diferencia con el interés simple. Mediante el desarrollo de diversos ejemplos, se presenta la aplicación práctica de estos conceptos, desarrollando fórmulas y mostrando ejemplos de como determinar diversas variables, como valor presente, monto acumulado, número de periodos y tasa de interés, si se conocen las demás variables.

También desarrolla el concepto de equivalencias entre tasas de interés nominal y tasas efectivas, así como el desarrollo de ecuaciones de valores financieros equivalentes.

En la **cuarta unidad** se estudia el concepto de anualidades o series uniformes de pago, que consisten en una serie de pagos iguales y en periodos uniformes de tiempo. También se presenta la aplicación práctica de este concepto, por medio de fórmulas y ejemplos, para determinar el valor de diversas variables, como valor presente, monto acumulado y número de periodos.

Además, desarrolla el tratamiento que se debe dar cuando no existe coincidencia entre los periodos de capitalización y los periodos de pago.

La **quinta unidad** incorpora las formas más usuales para la amortización o pago de una deuda, tanto aquellas que consideran intereses sobre saldos, como las que aplican intereses sobre el monto total del préstamo, aún cuando se vaya cancelando paulatinamente. Se presenta la aplicación práctica de los diversos sistemas, por medio de varios ejemplos que incluyen situaciones normales, con periodos de gracia y con cambios en la tasa de interés durante la vigencia del préstamo.

Le invitamos a profundizar en los contenidos por desarrollar durante este curso, de una forma integral con las demás áreas de la temática administrativa, para que la toma de decisiones y el emprender nuevos negocios sean exitosos en su vida profesional.

## TABLA DE CONTENIDOS

<p><b>Presentación.</b> . . . . . 3</p> <p><b>Tabla de contenidos.</b> . . . . . 5</p> <p><b>Sobre el curso de</b></p> <p><b>Matemática Financiera.</b> . . . . . 6</p> <p><b>Sobre el libro de texto</b> . . . . . 6</p> <p><b>Sobre las horas de estudio</b> . . . . . 7</p> <p><b>Sobre la Guía de Estudio.</b> . . . . . 7</p> <p><b>PRIMERA TUTORÍA</b> . . . . . 10</p> <p><b>Unidad I: Interés simple</b> . . . . . 10</p> <p>Objetivo general. . . . . 10</p> <p>Objetivos específicos. . . . . 10</p> <p>Sumario de lecturas. . . . . 10</p> <p>Conceptos relevantes. . . . . 10</p> <p>Actividades. . . . . 15</p> <p>Ejercicios de autoevaluación. . . . . 16</p> <p>Resolución de ejercicios de autoevaluación . . . . . 17</p> <p><b>Unidad II: Descuentos y</b></p> <p><b>costos financieros.</b> . . . . . 20</p> <p>Objetivo general. . . . . 20</p> <p>Objetivos específicos. . . . . 20</p> <p>Sumario de lecturas. . . . . 20</p> <p>Conceptos relevantes. . . . . 20</p> <p>Actividades. . . . . 22</p> <p>Ejercicios de autoevaluación. . . . . 23</p> <p>Resolución de ejercicios de autoevaluación . . . . . 24</p> <p><b>SEGUNDA TUTORÍA</b> . . . . . 27</p> <p><b>Unidad III: Interés compuesto.</b> . . . . . 27</p> <p>Objetivo general. . . . . 27</p> <p>Objetivos específicos. . . . . 27</p>	<p>Sumario de lecturas . . . . . 27</p> <p>Conceptos relevantes. . . . . 28</p> <p>Actividades. . . . . 31</p> <p>Ejercicios de autoevaluación. . . . . 31</p> <p>Resolución de ejercicios de autoevaluación . . . . . 32</p> <p><b>TERCERA TUTORÍA.</b> . . . . . 37</p> <p><b>Unidad IV: Anualidades, rentas</b></p> <p><b>o series uniformes de pago.</b> . . . . 37</p> <p>Objetivo general. . . . . 37</p> <p>Objetivos específicos. . . . . 37</p> <p>Sumario de lecturas . . . . . 37</p> <p>Conceptos relevantes. . . . . 38</p> <p>Actividades. . . . . 40</p> <p>Ejercicios de autoevaluación. . . . . 41</p> <p>Resolución de ejercicios de autoevaluación . . . . . 42</p> <p><b>CUARTA TUTORÍA.</b> . . . . . 48</p> <p><b>Unidad V: Amortización de</b></p> <p><b>créditos y préstamos.</b> . . . . . 48</p> <p>Objetivo general. . . . . 48</p> <p>Objetivos específicos. . . . . 48</p> <p>Sumario de lecturas . . . . . 48</p> <p>Conceptos relevantes. . . . . 49</p> <p>Actividades. . . . . 51</p> <p>Ejercicios de autoevaluación. . . . . 52</p> <p>Resolución de ejercicios de autoevaluación . . . . . 53</p> <p><b>Bibliografía de consulta.</b> . . . . . 57</p>
--	---

## ***SOBRE EL CURSO DE MATEMÁTICA FINANCIERA***

El curso está orientado a la población estudiantil de la carrera de Administración de Empresas en el nivel de Diplomado. Debe cursarse en todos los énfasis de la Escuela de Ciencias de la Administración.

El objetivo general de este curso es dotarle de los conocimientos conceptuales y prácticos para resolver problemas típicos financieros, que se le presentarán tanto en su vida diaria como en el ejercicio de su profesión.

Al finalizar el curso usted debe ser competente para aplicar el concepto "valor del dinero en tiempo" y el concepto de "cantidades financieras equivalentes", así como aplicar el uso comercial del interés simple y del interés compuesto y el proceso de "capitalización", aplicable a documentos negociables, calculando las diferencias entre tasas nominales y efectivas de interés, en las distintas operaciones financieras que a diario afrontan los negocios.

También deberá saber utilizar los elementos simplificadores que brindan los modelos matemáticos de las anualidades en problemas conexos al interés compuesto y poder elaborar tablas de fondos de amortización y de servicio de deuda, según los sistemas de cancelación de créditos más comunes en el mundo de los negocios.

## ***SOBRE EL LIBRO DE TEXTO***

El libro *Matemática Financiera e Ingeniería Económica: una introducción a las finanzas* de Jesús Merino Serna, ha sido ya utilizado en la UNED en varios periodos académicos, ya que presenta una serie de ventajas para el estudio individual.

En las páginas iniciales del libro encontrará un cuadro sinóptico de fórmulas, símbolos y equivalencias.

El libro está dividido en 6 unidades, de las cuales, el curso de Matemática Financiera abarca cinco. Los contenidos de cada una de estas unidades están directamente relacionados con los temas descritos en las orientaciones del curso, por lo que no le será difícil ubicarlos para su lectura y estudio.

Están organizados de la siguiente manera:

UNIDAD I	:	Interés simple
UNIDAD II	:	Descuentos y costos financieros
UNIDAD III	:	Interés compuesto
UNIDAD VI	:	Anualidades, rentas o series uniformes de pago
UNIDAD V	:	Amortización de créditos y préstamos

En el desarrollo de cada unidad, se explican los conceptos involucrados y su aplicación a través del desarrollo de ejercicios que involucran dichos conceptos. Además, al finalizar cada unidad, se incluye una amplia variedad de ejercicios propuestos, que se recomienda resolver para adquirir mayor habilidad en la aplicación de los conceptos.

Algunos apartados del texto, como se señala expresamente en esta Guía y en las orientaciones para el curso, no se incluyen como temas a estudiar para los efectos de la evaluación del curso. Sin embargo, queda a su criterio el estudio y realización de las prácticas, a fin de complementar su formación.

### ***SOBRE LAS HORAS DE ESTUDIO***

Este curso requiere para su aprobación exitosa una dedicación semanal de al menos 20 horas. Es necesario que estudie los conceptos y los ejercicios desarrollados en las explicaciones del texto y realice prácticas con ejercicios de autoevaluación de esta Guía y con los ejercicios propuestos para las tutorías y demás ejercicios al final de cada unidad, con el fin de desarrollar la habilidad de resolución de este tipo de ejercicios.

### ***SOBRE LA GUÍA DE ESTUDIO***

Esta guía de estudio consta de cuatro partes que corresponden al material que se desarrollará en cada tutoría. Abarca 5 unidades del texto de estudio que están organizadas como se muestra a continuación:

<b>PARTES</b>	<b>UNIDAD</b>
Tutoría 1	I y II
Tutoría 2	III
Tutoría 3	IV
Tutoría 4	V

Cada unidad consta de las siguientes secciones:

<b>Objetivo general</b> Describe los aprendizajes que debe lograr el estudiantado al finalizar el estudio de la unidad.
<b>Objetivos específicos</b> Describe los aprendizajes intermedios necesarios y suficientes para facilitar y lograr el cumplimiento del objetivo general.
<b>Sumario de lecturas</b> Presenta la lista de los temas específicos del libro y las páginas en las que se encuentran. Además, indica las secciones del libro que no se estudiarán en el curso y su correspondiente paginación.
<b>Conceptos relevantes</b> Procura orientar al estudiante sobre cuáles son los conceptos a los que debe dar énfasis en el estudio de la unidad con el fin de lograr los objetivos propuestos. Los conceptos pueden presentar elementos como: <ul style="list-style-type: none"><li>• Definición.</li><li>• Ideas principales relacionadas con el concepto.</li><li>• Fórmulas.</li><li>• Esquemas que establecen relaciones entre ese y otros conceptos.</li><li>• Advertencias sobre tópicos que generalmente inducen a errores en la resolución de ejercicios y problemas.</li></ul>
<b>Actividades</b> Corresponde a una lista de acciones a realizar para ayudar a entender los conceptos y su aplicación práctica, a través de la resolución de ejercicios y el acceso a material de apoyo.
<b>Ejercicios de autoevaluación</b> Incluye una serie de ejercicios que brindan una posibilidad más para practicar la aplicación de los conceptos estudiados en la unidad.
<b>Resolución de ejercicios de autoevaluación</b> Contiene el desarrollo y resultado final de cada uno de los ejercicios de autoevaluación incluidos en la sección de <i>Ejercicios de autoevaluación</i> .

Al final de las unidades se presenta bibliografía de consulta o para ampliar el estudio de los temas del curso.

En esta Guía se utiliza la misma simbología para las fórmulas que se utiliza en el libro para la que fue diseñada. Sin embargo, debe tener claro que otras personas que escriben sobre el tema podrían utilizar una simbología diferente, por lo que es necesario que se acostumbre a identificar el significado de cada símbolo utilizado, según el texto en estudio.

En cuanto a la escritura de los números, en el libro los órdenes se separan con punto (por ejemplo 4.212.579), pero en esta Guía se separarán con un espacio (por ejemplo 4 212 579).

Tanto en el libro de texto como en la Guía, la parte entera se separa de la parte decimal con una coma; por ejemplo: 9,25.

En esta Guía, en las operaciones aritméticas, se utilizará el símbolo + para denotar adiciones, el símbolo - para denotar sustracciones, el símbolo · para multiplicaciones y una línea horizontal que separa el numerador del denominador para las divisiones.

La simbología de las fórmulas, es la misma que la del libro de texto, entre ellas:

- I = cantidad en unidades monetarias a pagar o recibir por concepto de interés. En esta Guía se utilizará el colón como unidad monetaria.
- C = capital, principal, valor presente o valor actual. También se simboliza como A, PV,...
- S = valor futuro o monto acumulado. También se simboliza como F, FV,...
- t = periodo de tiempo o plazo de la transacción
- i = tasa de interés o rendimiento
- i(a) = tasa de interés efectiva anual
- D = cantidad a descontar o monto del descuento
- V = valor nominal o total sobre el que se aplica un descuento
- Vn = valor neto en un descuento único o en cadena
- d = tasa de descuento
- PV = valor presente, capital o principal (del inglés *present value*)
- FV = valor futuro o monto acumulado (del inglés *future value*)
- j = tasa de interés nominal anual (a veces también se simboliza con r)
- m = número de periodos de capitalización por año
- j(n) = tasa nominal anual. Dentro del paréntesis se indica la cantidad de veces que se capitaliza al año
- n = número total de periodos de capitalización durante el plazo convenido
- PMT = anualidad, renta o serie uniforme de pago o cobro, cuota o cantidad fija que se paga o cobra en forma periódica (abreviatura del inglés *payment*).

# PRIMERA TUTORÍA

Unidad I: Interés simple

Unidad II: Descuentos y costos financieros

TEMA	UNIDAD
INTERÉS SIMPLE	I

## OBJETIVO GENERAL

*Aplicar el concepto de interés simple.*

## OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. *Explicar el concepto de interés y cálculo de interés simple.*
2. *Identificar las fórmulas derivadas del concepto de interés simple.*
3. *Explicar el concepto del valor del dinero en el tiempo.*
4. *Aplicar el concepto de valor futuro en la resolución de problemas.*
5. *Aplicar el concepto de valor presente, principal o capital en la resolución de problemas.*
6. *Calcular el plazo o la tasa de interés en casos de interés simple.*
7. *Resolver ejercicios de ecuaciones de valor o valores financieros equivalentes.*

## SUMARIO DE LECTURAS

- ✓ Definiciones básicas (págs. 13 a 14).
- ✓ Concepto de interés y cálculo del interés simple (págs. 14 a 17).
- ✓ Fórmulas derivadas (págs. 17 a 20).
- ✓ Concepto del valor del dinero en el tiempo (pág. 20).
- ✓ Concepto de valor futuro o monto (págs. 20 a 22).
- ✓ Definición de valor presente, principal o capital (págs. 22 a 24).
- ✓ Ecuaciones de valor o valores financieros equivalentes (págs. 24 a 30).

## CONCEPTOS RELEVANTES

Una vez que usted ha realizado las lecturas anteriores, analice cuidadosamente los siguientes conceptos relevantes, ya que con ellos se pretende enfatizar algunos contenidos importantes de la unidad.

## INTERÉS:

Es la cantidad pagada por el uso del dinero de terceras personas o cantidad ganada por la inversión del dinero en activos financieros. El interés puede representar el costo de las deudas (pasivos) o el rendimiento sobre las inversiones (activos).

## INTERÉS SIMPLE (I):

Es el interés que se genera (gana o paga) sobre un capital que permanece constante durante todo el plazo de la operación; es decir que el interés ganado en cada periodo no se capitaliza; lo que significa que no se agrega al capital original, por lo cual el monto de interés es igual en todos los periodos durante el plazo de la operación.

La fórmula de interés simple (I) es la siguiente:

$$I = Cit$$

Donde

I	=	Interés
C	=	Capital, principal, valor actual o valor presente del monto invertido
i	=	Tasa de Interés
t	=	Cantidad de periodos de tiempo”

Es importante tener presente que en la tasa de interés, cuando no se especifica el periodo, se supone que está referida al periodo anual, y que el plazo debe expresarse en los mismos términos. En esa circunstancia, cuando el plazo se exprese en unidades de tiempo que no sean años, debe hacer la conversión correspondiente, para lo cual puede utilizar fracciones; por ejemplo, 6 meses pueden expresarse como  $\frac{6}{12}$  años, 7 semanas como  $\frac{7}{52}$  años o 35 días como  $\frac{35}{360}$  años.

También se debe considerar que al calcular los intereses existen diversas formas de calcular los días de una operación: puede utilizarse meses de 30 días o contar los días exactos y puede considerarse años de 360 días o los días exactos que tiene el año. Las formas utilizadas se denominan:

1. Interés simple corriente u ordinario o del tipo 360/360, que cuenta los días de la operación de manera aproximada (considera meses de 30 días) y los días del año también los considera aproximados, al utilizar 360 días.
2. Interés comercial o bancario o del tipo 365/360, en donde los días de la operación son contados en forma exacta pero los días del año se aproximan.
3. Interés simple exacto, verdadero o del tipo 365/365, que considera los días del plazo y los días de año de modo exacto.
4. Interés simple del tipo 360/365, en el cual, para el plazo de la operación, los días se cuentan de manera aproximada pero los días del año son exactos.

La forma generalmente utilizada en el libro es del tipo 365/360, salvo que se especifique lo contrario.

Si se conocen los valores de I, C y t, para obtener el valor de i, se puede despejar i en la fórmula de la siguiente manera:

$$I = Cit \quad \Rightarrow \quad I = (Ct)i \quad \Rightarrow \quad \frac{I}{(Ct)} = i \quad \Rightarrow \quad i = \frac{I}{Ct}$$

Si se conocen los valores de I, C e i, para obtener el valor de t, se puede despejar t en la fórmula de la siguiente manera:

$$I = Cit \quad \Rightarrow \quad I = (Ci)t \quad \Rightarrow \quad \frac{I}{(Ci)} = t \quad \Rightarrow \quad t = \frac{I}{Ci}$$

#### VALOR ACUMULADO O VALOR FUTURO:

Monto que resulta, en una fecha futura, de adicionar los intereses generados a una tasa de interés al principal o capital invertido, en un plazo determinado. En una acumulación a interés simple, se acumula el capital más los intereses de cada periodo.

Aunque en la página 21 del libro de texto no se hizo la aclaración, cabe mencionar lo siguiente:

- Si el valor acumulado o futuro se calcula a una tasa de interés simple, entonces se representa con S.
- Si el valor acumulado o futuro se calcula a una tasa de interés compuesto, entonces se representa con FV (del inglés *future value*).

En esta unidad nos referiremos al valor acumulado o futuro con el símbolo S, puesto que estamos estudiando el interés simple.

El valor que se acumula en el futuro, corresponde al capital o valor actual, más los intereses de cada periodo, según se muestra a continuación:

$$\text{valor futuro} = \text{capital} + \text{intereses del periodo 1} + \text{intereses del periodo 2} + \dots + \text{intereses del periodo } t$$

Expresado simbólicamente:

$$S = C + \underbrace{(Ci) + (Ci) + \dots + (Ci)}_{t \text{ veces}}$$

Se podría decir que (Ci) se suma t veces, es decir,  $S = C + (Ci)t$ , entonces:

$$S = C(1 + it)$$

Donde

S	=	valor futuro o monto total acumulado con intereses
C	=	capital, valor actual o valor presente del monto invertido
i	=	tasa de Interés
t	=	tiempo o número de periodos

## VALOR PRESENTE O VALOR ACTUAL:

El valor presente o actual de un monto que vence o se dispondrá en una fecha futura, es aquel capital que a una tasa de interés o de rendimiento dado, en un plazo determinado, alcanzará el valor especificado en la fecha futura.

- Si el valor presente o actual se calcula a una tasa de interés simple, entonces se representa con C.
- Si el valor presente o actual se calcula a una tasa de interés compuesto, entonces se representa con PV (del inglés *present value*).

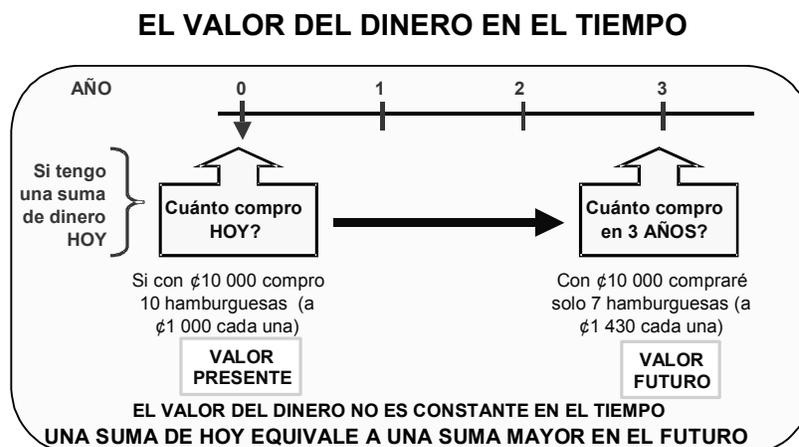
En esta unidad nos referiremos al valor presente o actual con el símbolo C, puesto que estamos estudiando el interés simple.

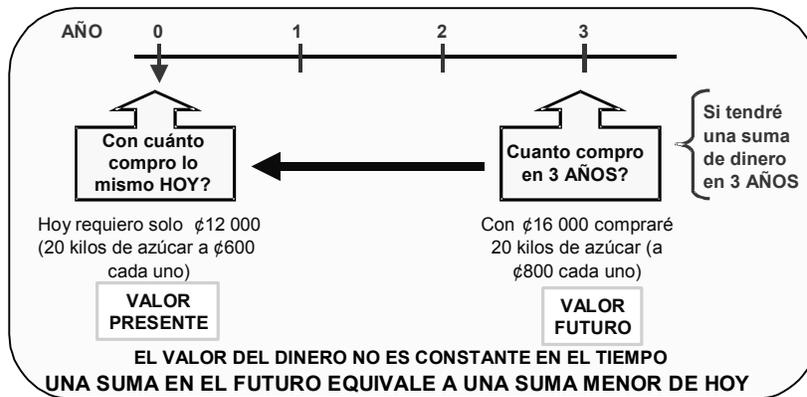
El valor presente, corresponde al valor futuro descontado a una tasa de interés por los periodos correspondientes.

La fórmula del *valor presente para interés simple (C)* se deduce de la fórmula de *valor futuro para interés simple (S)* de la siguiente manera:

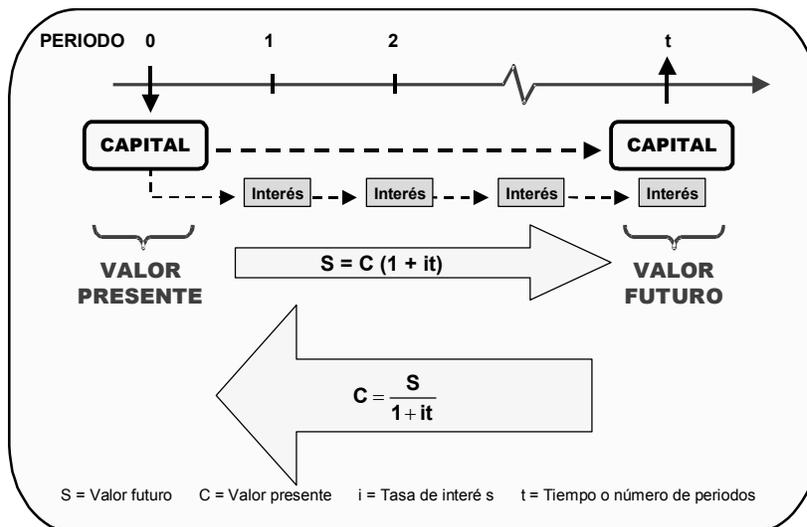
$$S = C(1+it) \Rightarrow \frac{S}{(1+it)} = C \Rightarrow C = \frac{S}{1+it}$$

En los siguientes esquemas se muestra la relación entre valor presente y valor futuro a interés simple:





### RELACIÓN ENTRE VALOR PRESENTE Y VALOR FUTURO A INTERÉS SIMPLE



PERIODOS (t) Y TASA DE INTERÉS (i):

Conociendo el valor presente (C), la tasa de interés (i) y el valor acumulado o futuro (S), se pueden determinar los periodos transcurridos (t), por medio de la fórmula de valor futuro, de la siguiente manera:

$$S = C(1 + it) \Rightarrow \frac{S}{C} = 1 + it \Rightarrow \frac{S}{C} - 1 = it \Rightarrow \frac{\frac{S}{C} - 1}{i} = t \Rightarrow t = \frac{\frac{S}{C} - 1}{i}$$

De igual forma, conociendo el valor presente (C), los periodos transcurridos (t) y el valor futuro (S), se puede determinar la tasa de interés (i), por medio de la misma fórmula de valor futuro, de la siguiente manera:

$$S = C (1 + it) \Rightarrow \frac{S}{C} = 1 + it \Rightarrow \frac{S}{C} - 1 = it \Rightarrow \frac{\frac{S}{C} - 1}{t} = i \Rightarrow i = \frac{\frac{S}{C} - 1}{t}$$

#### ECUACIÓN DE VALORES FINANCIEROS EQUIVALENTES:

Es la ecuación que permite cambiar un conjunto de obligaciones en determinadas fechas, por otra obligación o conjunto de obligaciones de montos diferentes y en otras fechas.

Es decir, permite cambiar varias sumas en diferentes momentos del tiempo, por otras que son equivalentes en otros momentos del tiempo.

Se requieren algunos elementos, tales como:

- Tasa de interés o rendimiento, mediante la cual se llevan los montos a una fecha común.
- Fecha focal o fecha de análisis, que es la fecha en la que se comparan todas las sumas.

En las ecuaciones de valores financieros equivalentes debe considerar que al comparar montos en diferentes fechas, estos no son equivalentes por el valor que tiene el dinero a lo largo del tiempo. Para realizar comparaciones de sumas en diferentes momentos, debe trasladarlas todas a un mismo momento donde sí son comparables. La fecha escogida para realizar esta comparación se denomina "fecha focal", que es la fecha que se utiliza para hacer las comparaciones de los diferentes montos.

#### ACTIVIDADES

1. *Luego de haber estudiado el tema de esta primera unidad, resuelva los Problemas propuestos de la unidad I (págs. 31 a 33) y verifique sus respuestas a los ejercicios impares en las páginas 34 a 39 y sus respuestas a los ejercicios pares en la página web de la UNED, en la siguiente ubicación: Aprendizaje en línea > WebCT > Matemática Financiera > Guía de estudio y problemas resueltos > Introducción a las finanzas.*
2. *Utilice exámenes de periodos académicos anteriores, a fin de que realice prácticas, ya que es fundamental para el mejor aprovechamiento del curso. Puede encontrarlos en la página web de la UNED en la siguiente ubicación: Aprendizaje en línea > WebCT > Matemática Financiera > Presentaciones y exámenes.*

*Los exámenes primer ordinario y primero de reposición incluyen ejercicios de las unidades I, II y III.*

3. Resuelva los Ejercicios de autoevaluación de la unidad I que se incluyen a continuación y verifique sus resultados.

### **EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN**

- 1.1 Si hoy deposita  $\phi 5\,000\,000$  en un banco que paga una tasa de interés del 15%. ¿Cuánto dinero tendrá dentro de 9 meses?
- 1.2 Usted recibirá  $\phi 12\,000\,000$  dentro de un año. ¿A cuánto equivale hoy si la tasa de interés es del 14%?
- 1.3 Si un depósito de  $\phi 850\,000$  se transforma en  $\phi 1\,309\,000$  en 3 años, ¿qué tasa de interés reconoce el banco?
- 1.4 Si se depositan  $\phi 2\,500\,000$  en un banco que paga el 18% anual, ¿cuánto tiempo debe transcurrir para que se duplique el monto?
- 1.5 Un préstamo por  $\phi 3\,860\,000$  a un interés bancario del 15% fue otorgado el 22 de mayo del 2007. ¿En que fecha el total adeudado (principal más intereses) será igual a  $\phi 4\,000\,000$ ?
- 1.6 ¿Cuál oferta es más conveniente para el comprador de un carro que puede invertir el dinero al 17%?
  - a) Pagar  $\phi 4\,000\,000$  de prima y  $\phi 4\,000\,000$  dentro de un año.
  - b) Pagar  $\phi 7\,500\,000$  de contado.
- 1.7 Una persona desea tener  $\phi 10\,000\,000$ , para lo cual deposita en un banco  $\phi 3\,000\,000$  hoy y  $\phi 5\,000\,000$  dentro de 6 meses. ¿Cuántos meses deben transcurrir a partir de hoy, si la tasa de interés del banco es del 18%?
- 1.8 Una persona debe lo siguiente:
  - Un pagaré exigible en 6 meses, por  $\phi 350\,000$  firmado hace 4 meses con intereses del 12%.
  - Un pagaré exigible en 2 meses, por  $\phi 500\,000$  firmado hace 1 mes, al 18%.
  - Un pagaré exigible en 8 meses, por  $\phi 600\,000$  firmado hace 6 con un interés del 15%.Si desea pagar esta deuda mediante un solo pago dentro de 6 meses, ¿qué monto deberá pagar, si se asume un rendimiento del 14%?
- 1.9 Una persona tiene varias deudas: una por  $\phi 600\,000$  que vence en 6 meses, otra por  $\phi 450\,000$  que vence en 2 meses y otra por  $\phi 500\,000$  que vence en 9 meses. Quiere cancelar esas deudas en dos pagos: el primero, que será la mitad del segundo, a los 3 meses y el segundo, a los 6 meses.

Si la tasa de interés es del 16%, ¿de cuánto dinero será cada pago? (Use como fecha focal el mes 6).

- 1.10 Un artículo vale ¢250 000 al contado, pero un comprador conviene en pagar ¢100 000 de cuota inicial y el resto a 90 días, con un recargo de 6% del valor total. ¿Qué tasa de interés simple pagó?

## RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN UNIDAD 1

Nota: Tenga presente la fórmula de interés simple:

$$S = C(1 + it)$$

- 1.1 Valor futuro (S):

$$S = 5\,000\,000 \left[ 1 + 0,15 \left( \frac{9}{12} \right) \right] = 5\,562\,500,00$$

(El tiempo está expresado como fracción de año).

Dentro de 9 meses tendrá ¢5 562 500,00.

- 1.2 Valor presente (C):

$$\begin{aligned} 12\,000\,000 &= C(1 + 0,14) \\ C &= 10\,526\,315,79 \end{aligned}$$

(El tiempo es un año, o sea que  $t = 1$ ).

La suma equivale hoy a ¢10 526 315,79.

- 1.3 Tasa de interés (i):

$$\begin{aligned} 1\,309\,000 &= 850\,000(1 + i \cdot 3) \\ i &= 0,18 = 18\% \end{aligned}$$

La tasa de interés que reconoce el banco es del 18% anual.

- 1.4 Tiempo transcurrido (t):

$$\begin{aligned} 5\,000\,000 &= 2\,500\,000(1 + 0,18 \cdot t) \\ t &= 5,5556 \text{ años} \end{aligned}$$

Entonces, el tiempo transcurrido es 5 años, 6 meses y 20 días

(El valor de  $t$  obtenido corresponde al resultado en años, es decir 5 años completos y una fracción de 0,5556. La fracción de 0,5556 años equivale a 6,6666 meses (pues  $0,5556 \cdot 12 = 6,6666$ ), o sea 6 meses completos y una fracción de 0,6666. La fracción de 0,6666 meses equivale a 20 días (pues  $0,6666 \cdot 30 = 20$ ).

- 1.5 Fecha:

Primero se debe averiguar el tiempo transcurrido (t):

$$\begin{aligned} 4\,000\,000 &= 3\,860\,000(1 + 0,15 \cdot t) \\ t &= 0,2418 \text{ años} = 87 \text{ días} \end{aligned}$$

Luego se debe determinar qué fecha será después de que transcurran 87 días a partir del 22 de mayo del 2007:

Del 22 al 31 de mayo pasan 9 días, en junio pasan 30, en julio 31, y deben pasar 17 en agosto para completar 87 días; por lo tanto, el total adeudado será igual a ¢4 000 000 el 17 de agosto del 2007.

### 1.6 Comparación de ofertas:

Primera opción:

$$4\,000\,000 + \frac{4\,000\,000}{1 + 0,17} = 7\,418\,803,42$$

Segunda opción: = 7 000 000,00

La opción más favorable es la primera

(Deben compararse todos los valores en una misma fecha; se elige la fecha de compra del carro. En la primera opción, a la prima se suma el valor a que equivale hoy el monto a pagar en un año (se usa la misma fórmula). La segunda opción está en valores de hoy).

### 1.7 Tiempo transcurrido (t):

El primer depósito acumula en 6 meses:

$$3\,000\,000 \left(1 + 0,18 \cdot \frac{6}{12}\right) = 3\,270\,000$$

A ese monto se suma el nuevo depósito de ¢5 000 000 y tendrá en el mes 6 la suma de ¢8 270 000. Para calcular el tiempo que debe transcurrir con el fin de acumular ¢10 000 000, se hace lo siguiente:

$$\begin{aligned} 10\,000\,000 &= 8\,270\,000 (1 + 0,18 \cdot t) \\ t &= 1,1622 \text{ años} = 14 \text{ meses (aproximadamente)} \end{aligned}$$

Por lo que a partir de hoy deben transcurrir 20 meses

(14 meses es el tiempo que debe transcurrir después del segundo depósito. La pregunta se refiere al tiempo transcurrido desde primer depósito, por lo que hay que sumar 6 meses a los 14 obtenidos).

### 1.8 Ecuaciones de valores financieros equivalentes:

Montos que debe pagar:

En 2 meses:  $500\,000 \left(1 + 0,18 \cdot \frac{3}{12}\right) = 522\,500,00$

En 6 meses:  $350\,000 \left(1 + 0,12 \cdot \frac{10}{12}\right) = 385\,000,00$

En 8 meses:  $600\,000 \left(1 + 0,15 \cdot \frac{14}{12}\right) = 705\,000,00$

(Cada pagaré tiene intereses y se calcula el monto total a pagar en cada uno).

Se plantea una igualdad entre lo que debe pagar y lo que quiere pagar, con valores expresados según la fecha focal que es el mes 6.

$$522\,500 \left(1 + 0,14 \cdot \frac{4}{12}\right) + 385\,000 + \frac{705\,000}{\left(1 + 0,14 \cdot \frac{2}{12}\right)} = X$$

$$546\,883,33 + 385\,000 + 688\,925,08 = X$$

$$X = 1\,620\,808,41$$

(El monto que debe pagar en el mes 2 se debe llevar a 4 meses para expresarlo en valores del mes 6; monto que debe pagar en el mes 6 ya está expresado en valores a esa fecha; y el monto que debe pagar en el mes 8 se debe traer 2 meses para expresarlo en valores del mes 6. Monto que desea pagar es en el mes 6 por lo que coincide con la fecha focal y no se debe ajustar).

El monto por pagar será de ₡1 620 808,41.

### 1.9 Ecuaciones de valores financieros equivalentes:

$$450\,000 \left(1 + 0,16 \cdot \frac{4}{12}\right) + 600\,000 + \frac{500\,000}{\left(1 + 0,16 \cdot \frac{3}{12}\right)} = X \left(1 + 0,16 \cdot \frac{3}{12}\right) + X$$

$$474\,000,00 + 600\,000 + 480\,769,23 = 1,04 X + X$$

$$X = 762\,141,78$$

(Los montos adeudados no tienen intereses. Se hace equivalencia o igualdad entre lo que debe pagar con lo que quiere pagar, expresando todos los valores a una misma fecha, es decir llevando o trayendo al mes 6)

Cada uno de los pagos será de ₡762 141,78.

### 1.10 Tasa de interés:

Monto por pagar a crédito

Monto del crédito:	250 000 – 100 000	=	150 000
Recargo: 6% sobre 250 000		=	<u>15 000</u>
Total a pagar			165 000

Cálculo tasa de interés:      S      = C (1 + it)

$$165\,000 = 150\,000 \left(1 + i \cdot \frac{90}{360}\right)$$

$$i = 0,40 = 40\%$$

La tasa de interés simple que pagó fue de 40%.

TEMA	UNIDAD
DESCUENTOS Y COSTOS FINANCIEROS	II

## OBJETIVO GENERAL

*Aplicar el concepto del descuento comercial o bancario.*

## OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. *Explicar los conceptos de comisiones, descuento único y descuento en serie o en cadena.*
2. *Aplicar el concepto de descuento de documentos y los tipos que se pueden utilizar: descuento racional o matemático y descuento comercial o bancario.*
3. *Calcular equivalencias entre tasas de interés (descuento racional) y tasa de descuento (descuento bancario).*

## SUMARIO DE LECTURAS

- ✓ Definiciones básicas (págs. 41 a 42).
- ✓ Descuento de documentos: Acción para descontar un documento y tipos de descuento (págs. 56 a 67).

No estudiar lo correspondiente a las siguientes secciones:

- Sección 2.2: Descuento por pronto pago (pág. 43).
- Sección 2.3: Tasa real versus tasa nominal (págs. 44 a 56).

## CONCEPTOS RELEVANTES

Una vez que usted ha realizado las lecturas anteriores, analice cuidadosamente los siguientes conceptos relevantes, ya que con ellos se pretende enfatizar algunos contenidos importantes de la unidad.

**DESCUENTO:**

Es una cantidad que se rebaja de un valor dado.

**DESCUENTO ÚNICO:**

Es una única cantidad de dinero que se rebaja de un valor dado; por ejemplo, un descuento del 10% sobre el valor de un artículo cuyo precio es ₡25 000, implica una rebaja de ₡2 500.

La fórmula para calcular el descuento es la siguiente:

$$D = V d$$

Donde D = cantidad a descontar  
V = valor nominal sobre el que se aplica el descuento  
d = tasa de descuento a aplicar

El valor neto a recibir o pagar ( $V_n$ ) después de aplicar el descuento corresponde al valor nominal ( $V$ ) menos la cantidad a descontar ( $D$ ). La fórmula del valor neto se deduce de la siguiente manera:

$$V_n = V - D \quad \text{y como } D = Vd, \text{ entonces}$$

$$V_n = V - Vd \quad \text{y factorizando se obtiene que}$$

$$V_n = V(1 - d)$$

Donde  $V_n$  = valor neto  
V = valor nominal sobre el que se aplica el descuento  
d = tasa o porcentaje de descuento

#### DESCUENTO EN CADENA:

Es una serie de rebajas sucesivas a un valor dado, que se expresa mediante la fórmula:

$$V_n = V(1 - d_1)(1 - d_2) \dots (1 - d_n)$$

Donde  $V_n$  = valor neto  
V = valor nominal sobre el que se aplica el descuento  
 $d_1$  = porcentaje de descuento 1  
 $d_n$  = porcentaje de descuento n

Por ejemplo, cuando una tienda ofrece un descuento del 5% en verduras los días viernes, pero además a sus clientes frecuentes les otorga un 3% de descuento en sus compras; así un kilogramo de tomates que vale ₡800, tendrá un precio de ₡760 por ser viernes, pero además se le aplicará otro descuento del 3% sobre éste último precio, por lo que valdrá ₡737,20.

El resultado anterior también se puede obtener aplicando la fórmula de la siguiente manera:

$$V_n = V(1 - d_1)(1 - d_2)$$

$$V_n = 800(1 - 0,05)(1 - 0,03)$$

$$V_n = 737,20$$

#### DESCUENTO RACIONAL:

Es el descuento que se realiza trayendo un valor futuro a valor actual, mediante la aplicación del concepto de interés simple. La cantidad de dinero por recibir o pagar se calcula trayendo a valor presente el monto del documento financiero, a la tasa de rendimiento que desea ganar la entidad o persona que efectúa el descuento.

El monto del descuento es la diferencia entre el valor del documento en la fecha de vencimiento y la cantidad a recibir o pagar. Se aplica la fórmula de interés simple:

$$C = \frac{S}{1+it}$$

Donde C = capital, valor actual o valor presente del monto invertido  
 S = valor futuro o monto total acumulado con intereses  
 i = tasa de Interés  
 t = tiempo o número de periodos

### DESCUENTO COMERCIAL:

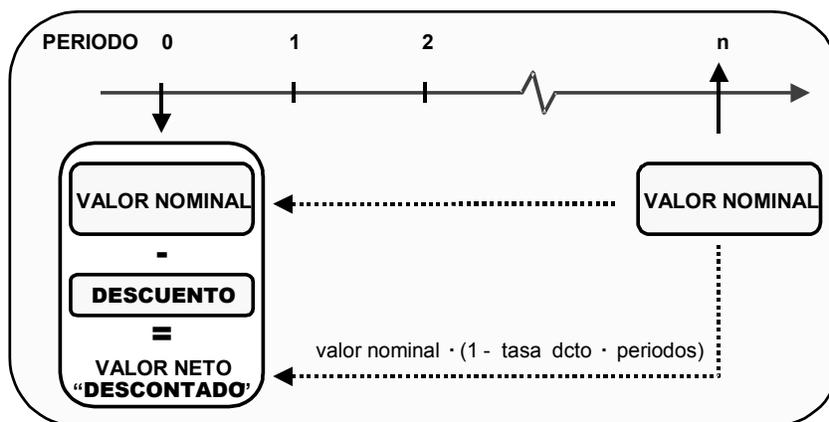
Es el descuento que se realiza rebajando a un valor futuro un monto establecido con base en el valor nominal del documento. El monto del descuento se calcula sobre el valor futuro o valor al vencimiento del documento a descontar. Tiene relación con una tasa de descuento y el tiempo que transcurrirá entre la fecha del descuento y la fecha de vencimiento y se puede expresar mediante la siguiente fórmula:

$$V_n = V(1 - dt)$$

Donde Vn = valor neto  
 V = valor nominal sobre el que se aplica el descuento  
 d = tasa o porcentaje de descuento  
 t = tiempo o número de periodos

En el siguiente esquema se muestra la relación entre el valor nominal y el valor neto en un descuento comercial:

### DESCUENTO COMERCIAL



### ACTIVIDADES

1. Luego de haber estudiado el material asignado para esta segunda unidad, resuelva los Problemas propuestos de la unidad II, que se encuentran contenidos en las páginas 68 a 72 y verifique sus respuestas a los ejercicios impares en las páginas 73 a 79 y sus respuestas a los ejercicios pares en la página web de la UNED, en la siguiente ubicación: Aprendizaje en línea >

WebCT > Matemática Financiera > Guía de estudio y problemas resueltos > Introducción a las finanzas.

Debido a que las secciones 2.2 y 2.3 no se estudian en este curso, omite los siguientes ejercicios: 2.6, 2.7, 2.8, 2.9, 2.12, 2.13, 2.15, 2.16, 2.17, 2.24 y 2.30.

2. Utilice exámenes de periodos académicos anteriores, a fin de que realice prácticas, ya que es fundamental para el mejor aprovechamiento del curso. Puede encontrarlos en la página web de la UNED en la siguiente ubicación: Aprendizaje en línea > WebCT > Matemática Financiera > Presentaciones y exámenes.

Los exámenes primer ordinario y primero de reposición incluyen ejercicios de las unidades 1, 2 y 3.

3. Resuelva los Ejercicios de Autoevaluación de la unidad 2 que se incluyen a continuación y verifique sus resultados

## **EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN**

- 2.1 Un supermercado otorga descuentos del 5% en verduras los sábados. Usted posee una tarjeta de cliente frecuente que le permite un descuento del 2% en sus compras y además, por aniversario, otorga un descuento del 3% durante este mes. ¿Cuánto pagará por el kilogramo de aguacates mañana sábado, si el precio normal es  $\phi 1\ 200$ ?
- 2.2 Una persona necesita  $\phi 1\ 000\ 000$  para pagar una deuda. El banco le cobra una tasa de descuento del 24% y le presta el dinero a 150 días plazo. Calcule:  
a) Por cuánto se hará el documento para que reciba esa suma.  
b) El costo del crédito para esta persona.
- 2.3 El Banco Pacífico descontó un documento de  $\phi 12\ 000\ 000$  que vence en 75 días, al 25%. Pasados 12 días, redescontó el mismo documento en el Banco Caribe, que aplicó una tasa del 24%, pero usando un año de 365 días. ¿Cuánto ganó el Banco Pacífico, en monto y en rendimiento anual?
- 2.4 Si se firma un documento por  $\phi 3\ 000\ 000$  con vencimiento en 90 días y el banco lo descuenta al 22%, ¿qué cantidad se recibe y cuál es la tasa de interés efectiva anual que se está pagando?
- 2.5 Un inversionista desea ganar el 15% de interés simple sobre su capital. Calcule la tasa de descuento bancario que debe usar, si el periodo de descuento es:  
a) 30 días.  
b) 4 meses.

## RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN UNIDAD 2

Nota: Tenga presente las fórmulas en descuentos

- Descuento en cadena

$$V_n = V(1-d_1)(1-d_2)(1-d_3) \dots$$

- Descuento comercial

$$V_n = V(1-dt)$$

### 2.1 Descuento en cadena:

$$V_n = 1\,200 \cdot (1 - 0,05)(1 - 0,02)(1 - 0,03) = 1\,083,68$$

(Se usa la Fórmula de Descuento en Cadena).

El precio que pagará será de ₡1 083,68 por cada kilo.

### 2.2 Valor nominal y tasa de interés:

$$a) \quad 1\,000\,000 = V \left( 1 - 0,24 \cdot \frac{150}{360} \right)$$

$$S = 1\,111\,111,11$$

(Se conoce el valor ya descontado y se calcula el valor por pagar).

El documento se hará por ₡1 111 111,11.

$$b) \quad 1\,111\,111,11 = 1\,000\,000 \left( 1 + i \cdot \frac{150}{360} \right)$$

$$i = 0,2667 = 26,67\%$$

(Se usa la fórmula de unidad de interés simple).

El costo del crédito será del 26,67%.

### 2.3 Descuento y rendimiento:

El Banco Pacífico pagó:

$$V_n = 12\,000\,000 \left( 1 - 0,25 \cdot \frac{75}{360} \right)$$

$$V_n = 11\,375\,000,00$$

El Banco Pacífico recibió del Banco Caribe:

$$V_n = 12\,000\,000 \left( 1 - 0,24 \cdot \frac{63}{365} \right)$$

$$V_n = 11\,502\,904,11$$

El Banco Pacífico ganó:

$$\text{Monto: } 11\,502\,904,11 - 11\,375\,000,00 = 127\,904,11$$

$$\text{Rendimiento: } 11\,502\,904,11 = 11\,375\,000,00 \left(1 + i \cdot \frac{12}{360}\right)$$

$$i = 0,3373 = 33,73\%$$

(Se usa fórmula de unidad de interés simple).

El Banco Pacífico ganó ₡127 904,11 en 12 días, que le representó un rendimiento anual del 33,73%.

#### 2.4 Monto de descuento y tasa de interés:

Se recibe:

$$V_n = 3\,000\,000 \left(1 - 0,22 \cdot \frac{90}{360}\right)$$

$$V_n = 2\,835\,000,00$$

El interés efectivo:

$$3\,000\,000 = 2\,835\,000 \left(1 + i \cdot \frac{90}{360}\right)$$

$$i = 0,2328 = 23,28\%$$

(Se usa fórmula de unidad de interés simple).

Se recibe del banco ₡2 835 000,00 y la tasa de interés efectiva que se está pagando es del 23,28% anual.

#### 2.5 Equivalencia de tasas:

(Este ejercicio no tiene monto, por lo que se puede asumir que son ₡100).

a) En 30 días: intereses generados por ₡100:

$$I = VP \cdot i \cdot t = 100 \cdot 0,15 \cdot \frac{30}{360} = 1,25$$

(Se desea ganar ₡1,25 por cada ₡100. Corresponde a 1,25% en un mes, por lo que si entrega ₡100, debe recibir ₡101,25, y según la fórmula de descuento, se puede determinar la tasa de descuento por aplicar).

$$V_n = V(1 - dt)$$

$$100 = 101,25 \left(1 - d \cdot \frac{30}{360}\right)$$

$$d = 14,81\%$$

La tasa de descuento que debe utilizar es de 14,81%.

b) En 4 meses: intereses generados por ¢100:

$$I = VP \cdot i \cdot t = 100 \cdot 0,15 \cdot \frac{4}{12} = 5,00$$

Se desea ganar ¢5 por cada ¢100 en 4 meses. Si entrega ¢100, se quiere recibir ¢105, entonces, según la fórmula de descuento, se puede determinar la tasa de descuento por aplicar así:

$$\begin{aligned} V_n &= V(1 - dt) \\ 100 &= 105 \left( 1 - d \cdot \frac{4}{12} \right) \\ d &= 14,29\% \end{aligned}$$

La tasa de descuento que debe utilizar es de 14,29%.

# SEGUNDA TUTORÍA

## Unidad III: Interés compuesto

TEMA	UNIDAD
INTERÉS COMPUESTO	III

### OBJETIVO GENERAL

*Aplicar el concepto de interés compuesto.*

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. *Explicar la diferencia entre interés simple e interés compuesto.*
2. *Explicar los conceptos de valor futuro y valor presente.*
3. *Resolver problemas que involucran el concepto de valor futuro y valor presente.*
4. *Identificar las fórmulas de tasas de interés y el tiempo.*
5. *Calcular la tasa de interés nominal y la tasa de interés efectiva.*
6. *Calcular tasas nominales equivalentes: Equivalencia entre tasas nominales y tasas efectivas.*
7. *Utilizar los conceptos de situaciones especiales, como número de períodos fraccionarios y tasas o períodos de capitalización que cambian en el tiempo en la resolución de ejercicios.*
8. *Resolver ejercicios de ecuaciones de valor o valores financieros equivalentes, en casos de interés compuesto.*

### SUMARIO DE LECTURAS

- ✓ Conceptos básicos (págs. 81 a 82).
- ✓ Monto o valor futuro acumulado o cantidad compuesta (págs. 82 a 84).
- ✓ Capital, principal o valor presente (págs. 84 a 86).
- ✓ Fórmulas de la tasa y el tiempo (págs. 86 a 88).
- ✓ Tasa de interés nominal y tasa de interés efectiva (págs. 88 a 97).
- ✓ Monto y principal en situaciones especiales (págs. 99 a 102).
- ✓ Ecuaciones de valor. Tiempo equivalente (págs. 107 a 111).

No estudiar lo correspondiente a las siguientes secciones:

- Sección 3.4.5: Tasa anticipada y tasa vencida (págs. 97 a 99).
- Sección 3.5.3: Inflación y rendimiento financiero (págs. 103 a 105).
- Sección 3.5.4: Devaluación rendimiento financiero (págs. 105 a 106).
- Sección 3.5.5: Interés compuesto continuo (págs. 106 a 107).

## CONCEPTOS RELEVANTES

Una vez que usted ha realizado las lecturas anteriores, analice cuidadosamente los siguientes conceptos relevantes, ya que con ellos se pretende enfatizar algunos contenidos importantes de la unidad.

### INTERÉS COMPUESTO:

Es el interés que se genera (gana o paga) sobre un capital, que va aumentando en la medida que se generan intereses en cada periodo durante el plazo de la operación. Es decir, que el interés ganado en cada periodo se capitaliza o se agrega al capital original, por lo cual, el monto de interés en cada periodo de capitalización se calcula sobre un monto mayor, durante el plazo de la operación; es decir, se ganan intereses sobre los intereses ganados en los periodos anteriores.

Los periodos de capitalización pueden ser anuales, semestrales, trimestrales, mensuales, semanales o diarios, entre otros. Las tasas de interés generalmente se expresan en términos anuales (salvo que se especifique el periodo) y deben ajustarse al periodo de capitalización (dividir entre 2 si es semestral, entre 4 si es trimestral, etc.) y los periodos deben estar expresados en la misma medida de tiempo (semestres, trimestres, etc).

### MONTO ACUMULADO O VALOR FUTURO (a interés compuesto):

Es el monto que resulta, en una fecha futura, de adicionar los intereses generados (a una tasa de interés) al capital invertido, en un plazo determinado, donde los intereses que se van generando también ganan intereses.

El valor que se acumula en el futuro, corresponde al capital (valor actual), más los intereses de cada periodo, más los intereses de los intereses. El valor futuro se puede calcular por medio de la siguiente fórmula:

$$FV = PV (1 + i)^n$$

Donde

FV	=	valor futuro o monto total acumulado con intereses
PV	=	capital o valor actual o presente del monto invertido
i	=	tasa de Interés
n	=	número de periodos

### VALOR PRESENTE O VALOR ACTUAL (a interés compuesto):

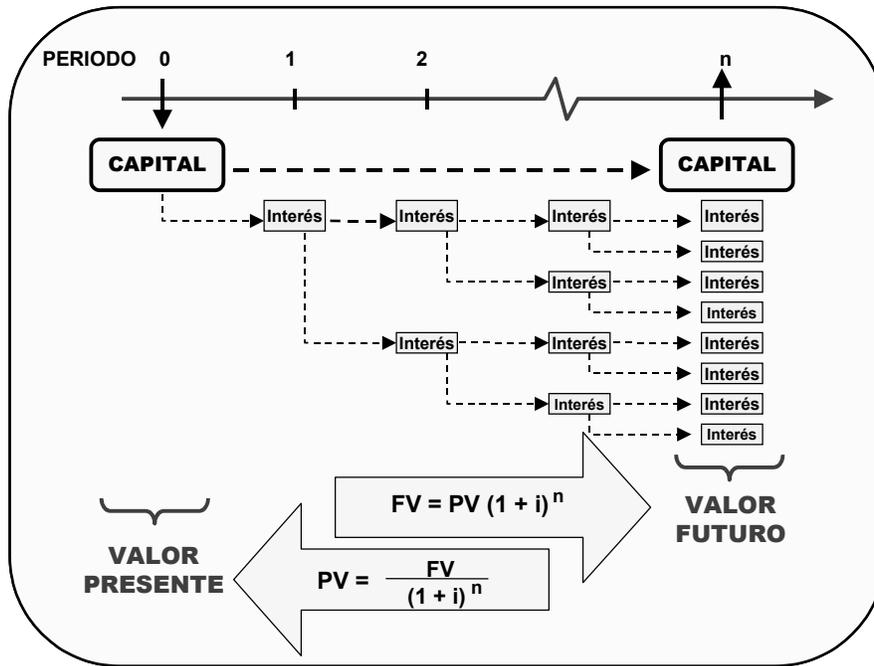
El valor presente o actual de un monto que vence o se dispondrá en una fecha futura, es aquel capital que a una tasa de interés o rendimiento compuesto, en un plazo determinado, alcanzará el valor especificado en la fecha futura.

El valor presente, corresponde al valor futuro, descontado a una tasa de interés, por los periodos correspondientes. Su fórmula se deduce de la fórmula de valor acumulado o futuro y se expresa así:

$$PV = \frac{FV}{(1+i)^n} \quad \text{o también} \quad PV = FV (1+i)^{-n}$$

En el siguiente esquema se muestra la relación entre valor presente y valor futuro a interés compuesto:

### RELACIÓN ENTRE VALOR PRESENTE Y VALOR FUTURO A INTERÉS COMPUESTO



PERIODOS (n) Y TASA DE INTERÉS (i) (a interés compuesto):

Conociendo el valor presente (PV), la tasa de interés (i) y el valor futuro o acumulado (FV), se pueden determinar los periodos transcurridos (n) de la siguiente manera:

$$FV = PV (1 + i)^n \quad \Rightarrow \quad \frac{FV}{PV} = (1 + i)^n \quad \Rightarrow \quad \log \frac{FV}{PV} = \log [(1 + i)^n] \quad \Rightarrow$$

$$\log \frac{FV}{PV} = n \cdot \log (1 + i) \quad \Rightarrow \quad \frac{\log \frac{FV}{PV}}{\log (1 + i)} = n \quad \Rightarrow \quad n = \frac{\log \frac{FV}{PV}}{\log (1 + i)}$$

De igual forma, conociendo el valor presente (PV), los periodos transcurridos (n) y el valor futuro o acumulado (FV), se puede determinar la tasa de interés (i) de la siguiente manera:

$$FV = PV (1 + i)^n \Rightarrow \frac{FV}{PV} = (1 + i)^n \Rightarrow \left(\frac{FV}{PV}\right)^{\frac{1}{n}} = [(1 + i)^n]^{\frac{1}{n}} \Rightarrow$$

$$\left(\frac{FV}{PV}\right)^{\frac{1}{n}} = (1 + i) \Rightarrow \left(\frac{FV}{PV}\right)^{\frac{1}{n}} - 1 = i \Rightarrow i = \left(\frac{FV}{PV}\right)^{\frac{1}{n}} - 1$$

#### TASA DE INTERÉS NOMINAL Y TASA DE INTERÉS EFECTIVA:

Tasa nominal (j): tasa de interés que no considera periodos de capitalización dentro del periodo al cual se refiere la tasa. Ejemplo: 12% anual.

Tasa efectiva (i): rendimiento porcentual real en un periodo de tiempo determinado.

#### ECUACIÓN DE VALORES FINANCIEROS EQUIVALENTES (a interés compuesto):

Es el mecanismo que permite cambiar un conjunto de obligaciones en determinadas fechas, por otra obligación o conjunto de obligaciones de montos diferentes y en otras fechas, considerando el rendimiento a interés compuesto.

Es decir, permite cambiar varias sumas en diferentes momentos del tiempo por otras que son equivalentes en otros momentos del tiempo.

Se requieren algunos elementos, tales como:

- Tasa de interés o rendimiento, mediante la cual se llevan los montos a una fecha común.
- Fecha focal o fecha de análisis, que es cuando se comparan todas las sumas.

Es el mismo concepto incluido en interés simple, pero en este caso se aplica a interés compuesto

#### FORMA DE EXPRESAR LAS TASAS:

Según el periodo de capitalización, se pueden expresar de la siguiente forma:

$j(x)$  : corresponde a capitalización x veces al año

Por lo cual si se expresa:

$j(2)$  : corresponde a capitalización semestral

$j(4)$  : corresponde a capitalización trimestral

$j(12)$ : corresponde a capitalización mensual

Por Ejemplo:

$j(2)=17\%$ , es 17% anual, capitalizable 2 veces al año, o sea semestralmente

$j(4)=12\%$ , es 12% anual, capitalizable 4 veces al año, o sea trimestralmente

## ACTIVIDADES

1. *Luego de haber estudiado los temas de la tercera unidad, resuelva los Problemas propuestos de la unidad III (páginas 112 a 117) y verifique sus respuestas a los ejercicios impares en las páginas 118 a 124 y sus respuestas a los ejercicios pares en la página web de la UNED, en la siguiente ubicación: Aprendizaje en línea > WebCT > Matemática Financiera > Guía de estudio y problemas resueltos > Introducción a las finanzas.*

*Debido a que las secciones 3.4.5, 3.5.3, 3.5.4 y 3.5.5 no se estudian en este curso, omite los siguientes ejercicios: 3.41, 3.42, 3.43, 3.46, 3.47 y 3.48.*

2. *Utilice exámenes de periodos académicos anteriores, a fin de que realice prácticas, ya que es fundamental para el mejor aprovechamiento del curso. Puede encontrarlos en la página web de la UNED en la siguiente ubicación: Aprendizaje en línea > WebCT > Matemática Financiera > Presentaciones y exámenes.*

*Los exámenes primer ordinario y primero de reposición, incluyen ejercicios de las unidades 1, 2 y 3.*

3. *Resuelva los ejercicios de autoevaluación de la unidad 3 que se incluyen a continuación y verifique sus resultados.*

## EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

- 3.1 En un banco se hizo un depósito por  $\phi 750\,000$ . ¿Cuanto acumulará en 15 meses si la tasa es del 18%, capitalizable trimestralmente?
- 3.2 Si espera recibir  $\phi 10\,000\,000$  dentro de 3 años, ¿cuánto dinero representa hoy si la tasa de interés es del 15%?
- 3.3 Un depósito de  $\phi 1\,200\,000$  se duplica en 5 años. ¿Qué interés reconoce el banco si la capitalización es semestral?
- 3.4 Si se depositan  $\phi 500\,000$  en un banco que paga el 20%, capitalizable mensualmente, ¿en cuánto tiempo se acumula  $\phi 1\,200\,000$ ?
- 3.5 ¿En cuántos años un depósito de  $\phi 450\,000$  hecho hoy y otro de  $\phi 600\,000$  que se hará en 18 meses, acumularán  $\phi 3\,200\,000$ , si el banco reconoce el 15%, capitalizable semestralmente?
- 3.6 Una persona deposita  $\phi 900\,000$  en el banco local que paga un interés del 18%, capitalizable mensualmente. Retira  $\phi 500\,000$  al final del tercer año,  $\phi 1\,000\,000$  al final del quinto año y el resto al final del octavo año.
  - a) ¿Cuánto retira al final del octavo año?
  - b) ¿Cuánto hubiera acumulado si no hubiera efectuado ningún retiro?

- 3.7 Se realiza una inversión de ¢1 000 000 que reconoce un 15% anual, capitalizable anualmente durante los 2 primeros años, un 16%, capitalizable semestralmente los 3 años siguientes y un 18%, capitalizable trimestralmente el último año.
- ¿Cuánto se acumula en los 6 años?
  - ¿Qué tasa de interés efectiva anual se ganó?
- 3.8 Una persona tiene 2 obligaciones; una por ¢750 000 que vence en 5 años al 19% con capitalización semestral y otra por ¢900 000 con vencimiento en 4 años al 20% con capitalización trimestral. Desea pagar ¢500 000,00 en 2,5 años y el saldo a 6 años. ¿De cuánto será el último pago si la tasa de mercado es 18% capitalizable semestralmente? Use fecha focal el año 6.
- 3.9 Determine el monto de interés compuesto producido en 17 meses sobre ¢75 000 al 14% anual, capitalizable trimestralmente.
- Resuelva utilizando el convenio exponencial.
  - Resuelva utilizando el convenio lineal.
- 3.10 Se desea invertir ¢5 000 000 a un plazo de 2 años y se tienen las siguientes opciones:
- al 30% de interés, capitalizable anualmente.
  - al 34% de interés simple.
  - al 28% con capitalización trimestral.
- ¿Cuál opción es más conveniente?
- 3.11 Calcule la tasa de interés nominal y la tasa de interés efectiva para un costo financiero del 1,75% mensual.

### RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN UNIDAD 3

Nota: Tenga presente la fórmula de valor futuro en interés compuesto y la fórmula de interés efectivo:

$$FV = PV (1 + i)^n$$

$$i(a) = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1$$

- 3.1 Valor futuro o monto acumulado:

$$FV = 750\,000 \left(1 + \frac{0,18}{4}\right)^5 = 934\,636,45$$

(La tasa interés debe corresponder al periodo de capitalización: se divide entre 4 para que sea trimestral. Los periodos se expresan en trimestres: 15 meses igual a 5 trimestres).

En 15 meses acumulará ¢934 636,45.

### 3.2 Valor presente o capital:

$$10\,000\,000 = PV (1 + 0,15)^3 = 6\,575\,162,32$$

(La capitalización es anual: la tasa de interés y los periodos concuerdan con años).

La suma a recibir equivale hoy a  $\phi$ 6 575 162,32.

### 3.3 Tasa de interés:

$$2\,400\,000 = 1\,200\,000 \left(1 + \frac{i}{2}\right)^{10}$$

$$i = 0,14355 = 14,36\% \text{ anual}$$

(El resultado de la tasa de interés es anual, ya que en la fórmula se incluyó el ajuste semestral: entre 2).

La tasa que reconoce el banco es del 14,36% anual.

### 3.4 Tiempo transcurrido:

$$1\,200\,000 = 500\,000 \left(1 + \frac{0,20}{12}\right)^n$$

$$\begin{aligned} 2,4 &= (1,016667)^n \\ \log(2,4) &= n \cdot \log(1,016667) \\ 0,380211 &= 0,0071786 n \\ n &= 52,96; \text{ es decir, aproximadamente 53 meses} \end{aligned}$$

(Como la tasa de interés se expresa entre 12 ó mensual, el resultado del periodo es en meses).

Deben transcurrir 53 meses para que se acumulen  $\phi$ 1 200 000,00.

### 3.5 Tiempo transcurrido:

Primer depósito se acumula para juntarse con el segundo:

$$FV = 450\,000 \left(1 + \frac{0,15}{2}\right)^3$$

$$FV = 559\,033,59$$

Sumando el segundo depósito, se tiene  $\phi$ 1 159 033,59 y debe pasar:

$$3\,200\,000,00 = 1\,159\,033,59 \left(1 + \frac{0,15}{2}\right)^n$$

$$\begin{aligned} 2,76092 &= (1,075)^n \\ \log(2,76092) &= n \cdot \log(1,075) \\ 0,44105 &= 0,031408 n \\ n &= 14,04; \text{ es decir, aproximadamente 14 semestres} \end{aligned}$$

Como la pregunta es en años. Deben pasar 14 semestres o 7 años desde el segundo depósito, pero antes hay 18 meses; es decir, 1,5 años, por lo tanto, en total deben pasar 8,5 años.

En 8,5 años se acumulará la suma deseada.

### 3.6 Monto acumulado:

Depósito inicial que se acumula al tercer año:

$$\begin{aligned}FV &= 900\,000 \left(1 + \frac{0,18}{12}\right)^{36} \\FV &= 1\,538\,225,58\end{aligned}$$

De esta suma retira  $\phi 500\,000$  y quedan  $\phi 1\,038\,225,58$  que en otros 2 años acumula:

$$\begin{aligned}FV &= 1\,038\,225,58 \left(1 + \frac{0,18}{12}\right)^{24} \\FV &= 1\,484\,146,39\end{aligned}$$

De esta nueva suma retira  $\phi 1\,000\,000$  y quedan  $\phi 484\,146,39$  que en otros 3 años acumulan:

$$\begin{aligned}FV &= 484\,146,39 \left(1 + \frac{0,18}{12}\right)^{36} \\FV &= 827\,473,74\end{aligned}$$

Es decir, al final del octavo año retirará  $\phi 827\,473,74$ .

Sin efectuar ningún retiro hubiera acumulado en los 8 años:

$$\begin{aligned}FV &= 900\,000 \left(1 + \frac{0,18}{12}\right)^{96} \\FV &= 3\,758\,223,17\end{aligned}$$

De no haber hecho retiros hubiera acumulado  $\phi 3\,758\,223,17$ , al final del octavo año.

### 3.7 Tasa de interés:

Durante los 2 primeros años acumula:

$$\begin{aligned}FV &= 1\,000\,000,00 (1 + 0,15)^2 \\FV &= 1\,322\,500,00\end{aligned}$$

Esta suma acumula los 3 años siguientes:

$$\begin{aligned}FV &= 1\,322\,500,00 \left(1 + \frac{0,16}{2}\right)^6 \\FV &= 2\,098\,641,29\end{aligned}$$

Esta nueva suma acumula el último año:

$$\begin{aligned}FV &= 2\,098\,641,29 \left(1 + \frac{0,18}{4}\right)^4 \\FV &= 2\,502\,668,77\end{aligned}$$

En los seis años se acumula  $\phi 2\,502\,668,77$ .

La tasa efectiva anual ganada es:

$$2\,502\,668,77 = 1\,000\,000,00 (1 + i)^6$$

$$i = 0,1652 = 16,52\%$$

La tasa de interés efectiva anual que se ganó es de 16,52%.

### 3.8 Ecuaciones de valores financieros equivalentes:

Montos que debe pagar:

En el año 4:  $900\,000 \left(1 + \frac{0,20}{4}\right)^{16} = 1\,964\,587,13$

En el año 5:  $750\,000 \left(1 + \frac{0,19}{2}\right)^{10} = 1\,858\,670,71$

(Cada obligación tiene intereses; se calcula el monto total a pagar en cada una).

Se plantea una igualdad entre lo que debe pagar y lo que quiere pagar en valores en la fecha focal que es el año 6.

$$1\,964\,587 \cdot \left(1 + \frac{0,18}{2}\right)^4 + 1\,858\,670 \cdot \left(1 + \frac{0,18}{2}\right)^2 = 500\,000 \left(1 + \frac{0,18}{2}\right)^7 + X$$

$$2\,773\,175,06 + 2\,208\,286,67 = 914\,019,56 + X$$

$$X = 4\,067\,442,18$$

Se usa fecha focal el mes 6, que es cuando quiere pagar, por lo que el monto que debe pagar en el mes 2 hay que adelantarlo 4 meses para expresarlo en valores del mes 6; el monto que debe pagar en el mes 6 ya está expresado en valores según esa fecha; y el monto que debe pagar en el mes 8 hay que retrasarlo 2 meses para expresarlo en valores del mes 6. El monto que desea pagar es en el mes 6 por lo que coincide con la fecha focal y no se debe ajustar.

El último pago será de ₡4 067 442,18.

### 3.9 Valor futuro: convenio exponencial y lineal:

a.- Convenio exponencial:

$$FV = 75\,000 \left(1 + \frac{0,14}{4}\right)^{\frac{17}{3}}$$

$$FV = 91\,142,98$$

Como:  $I = FV - PV$

$$I = 91\,142,98 - 75\,000 = 16\,142,98$$

(Considera periodos en trimestres con fracciones: 17 meses entre 3 meses por trimestres, representa 5,66667 trimestres).

Usando el convenio exponencial el monto de interés es de ₡16 142,98.

b.- Convenio lineal:

$$\begin{aligned}
 FV &= 75\,000 \left(1 + \frac{0,14}{4}\right)^5 \cdot \left(1 + 0,14 \cdot \frac{2}{12}\right) \\
 FV &= 91\,154,94 \\
 \text{Como: } I &= FV - PV \\
 I &= 91\,154,94 - 75\,000 = 16\,154,94
 \end{aligned}$$

(Considera periodos solo en trimestres completos: al dividir la cantidad de meses, que es 17, por 3, se obtienen 5 trimestres y 2 meses, entonces los 2 meses se calculan a interés simple).

Usando el convenio lineal el monto de interés es de  $\phi 16\,154,94$ .

3.10 Opciones de inversión:

$$\begin{aligned}
 \text{a) } FV &= PV (1 + i)^n &= 5\,000\,000 (1 + 0,30)^2 &= 8\,450\,000,00 \\
 \text{b) } FV &= PV (1 + it) &= 5\,000\,000 (1 + 0,34 \cdot 2) &= 8\,400\,000,00 \\
 \text{c) } FV &= PV (1 + i)^n &= 5\,000\,000 \left(1 + \frac{0,28}{4}\right)^8 &= 8\,590\,930,90
 \end{aligned}$$

La mejor opción es la c.

3.11 Tasa nominal y tasa efectiva:

$$\text{- Nominal: } 1,75\% \cdot 12 = 21,00\%$$

$$\text{- Efectiva: } i(a) = \left(1 + \frac{j}{m}\right)^m - 1 = (1 + 0,0175)^{12} - 1 = 23,14\%$$

(Para calcular la tasa nominal se multiplica la tasa mensual por el número de meses del año. Para calcular la tasa efectiva se aplica fórmula, en donde  $\left(\frac{j}{m}\right)$  ya se calculó y es 0,0175).

La tasa de interés nominal es de 21,00% y la efectiva de 23,14%.

# TERCERA TUTORÍA

## Unidad IV: Anualidades, rentas o series uniformes de pago

TEMA	UNIDAD
ANUALIDADES O SERIES UNIFORMES DE PAGO	IV

### OBJETIVO GENERAL

*Aplicar el concepto de anualidades o series uniforme de pago.*

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. *Explicar el concepto de anualidad o serie uniforme de pago.*
2. *Desarrollar la derivación de fórmulas de valor presente y valor futuro.*
3. *Clasificar las anualidades por la ubicación de la cuota: al principio o al final de cada periodo.*
4. *Resolver ejercicios de anualidades ordinarias o vencidas.*
5. *Aplicar los conceptos de anualidades anticipadas en la resolución de ejercicios.*
6. *Resolver situaciones de anualidades diferidas en la resolución de ejercicios.*
7. *Resolver ejercicios que involucran el concepto de anualidades con periodos de pago y periodos de capitalización no coincidentes.*

### SUMARIO DE LECTURAS

- ✓ Concepto y derivación de las fórmulas de valor presente y valor futuro (págs. 125 a 129).
- ✓ Clasificación de las anualidades (pág. 129).
- ✓ Anualidades ordinarias, vencidas o pospagables (págs. 129 a 147).
- ✓ Anualidades anticipadas o prepagables (págs. 147 a 152).
- ✓ Anualidades diferidas (págs. 152 a 154).
- ✓ Anualidad general (págs. 171 a 175).

No estudiar lo correspondiente a las siguientes secciones:

- Sección 4.6: Anualidades perpetuas (págs. 154 a 164).
- Sección 4.7: Anualidades variables (págs. 164 a 171).
- Sección 4.9: Principales métodos de evaluación de proyectos (págs. 175 a 178).
- Sección 4.11: Anualidades con interés compuesto continuo (págs. 178 a 179).

## CONCEPTOS RELEVANTES

Una vez que usted ha realizado las lecturas anteriores, analice cuidadosamente los siguientes conceptos relevantes, ya que con ellos se pretende enfatizar algunos contenidos importantes de la unidad.

### ANUALIDADES:

Es un sistema de pagos o cobros de sumas fijas o "PMT" (abreviatura del inglés *payment*, que significa pago) a intervalos iguales de tiempo. Se refiere a pagos periódicos, pero no necesariamente anuales (anuales, semestrales, trimestrales, mensuales, semanales, etc...).

Corresponde a rentas o cuotas constantes y periódicas, durante un periodo determinado de tiempo.

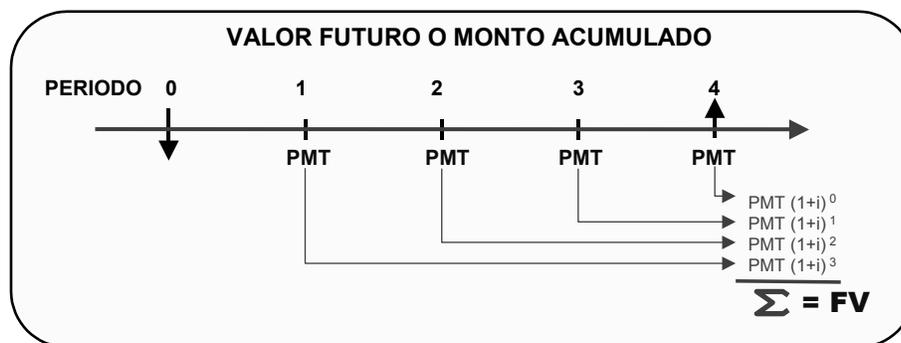
Al igual que en el interés compuesto, debe considerarse que tanto la tasa de interés como el tiempo o número de periodos, deben guardar relación con los periodos de capitalización, es decir, deben expresarse en la misma unidad de tiempo (años, semestres, trimestres, meses, etc.)

### ANUALIDAD ORDINARIA O VENCIDA

Es aquella anualidad en que la cuota o PMT se ubica al final de cada periodo.

### VALOR FUTURO O ACUMULADO (De una anualidad ordinaria):

El valor futuro o acumulado de una anualidad es igual a la suma de los valores futuros de cada uno de los pagos o cuotas, como se muestra en el siguiente esquema:



La fórmula matemática se deduce de la sumatoria, derivando de la siguiente forma:

$$FV = PMT(1+i)^0 + PMT(1+i)^1 + PMT(1+i)^2 + \dots + PMT(1+i)^{n-1}$$

$$FV = PMT \sum (1+i)^{n-1}$$

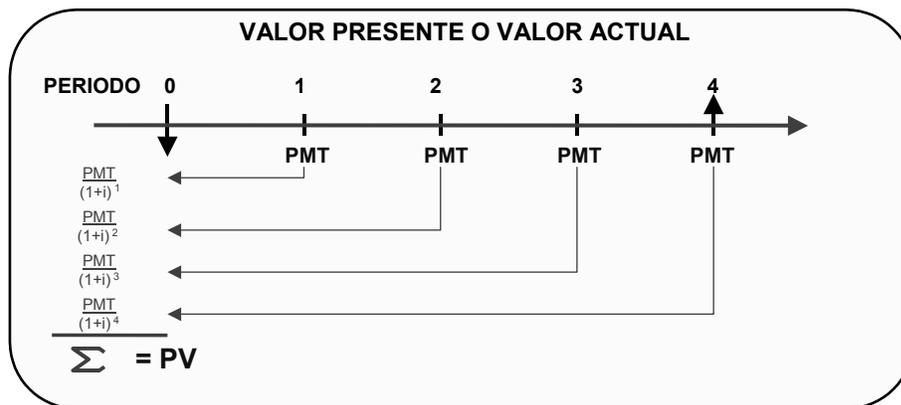
Y una vez simplificada se llega a la siguiente fórmula:

$$FV = PMT \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Donde FV = valor futuro o monto acumulado de la anualidad  
 PMT = monto, cuota o anualidad periódica  
 i = tasa de Interés  
 n = número de periodos

VALOR ACTUAL O PRESENTE (De una anualidad ordinaria):

El valor actual o presente de una anualidad es igual a la suma de los valores presentes de cada uno de los pagos o cuotas, como se muestra en el siguiente esquema:



La fórmula matemática se deduce de la sumatoria, derivando de la siguiente forma:

$$PV = PMT(1+i)^{-1} + PMT(1+i)^{-2} + PMT(1+i)^{-3} + \dots + PMT(1+i)^{-n}$$

$$PV = PMT \sum (1+i)^{-n}$$

Y una vez simplificada se llega a la siguiente fórmula:

$$PV = PMT \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i}$$

Donde PV = valor actual o valor presente de la anualidad  
 PMT = monto, cuota o anualidad periódica  
 i = tasa de interés  
 n = número de periodos

NUMERO DE PERIODOS (Conociendo el FV o el PV)

Se determinan con la fórmula de FV o la de PV de una anualidad, si se conoce el resto de variables. Sin embargo, los resultados no necesariamente son exactos.

Si los periodos no resultan exactos, se procede de una de estas dos formas:

- 1) El monto faltante se agrega en el último periodo, en valores de dicho periodo.
- 2) El monto faltante se agrega un periodo después del último periodo, en valores de ese periodo.

#### TASA DE INTERÉS (Conociendo el FV o el PV)

Se determina con la fórmula de FV o la de PV de una anualidad, si se conoce el resto de variables. Los resultados no resultan fáciles de obtener y debe recurrirse a "interpolación" o al uso de una calculadora financiera.

#### ANUALIDAD ANTICIPADA

Corresponde a una anualidad cuyos pagos, cuotas o PMT, se ubican al inicio de cada periodo. Se puede utilizar las mismas fórmulas de la anualidad ordinaria, pero el FV o PV resultante debe adelantarse o llevarse a futuro durante un periodo.

#### ANUALIDAD DIFERIDA

Es una anualidad cuyo pago, cuota o PMT se hace en un periodo posterior al primer periodo de la capitalización; es decir, existen periodos de capitalización sin cuotas y posteriormente, periodos de capitalización con cuotas o PMT.

### **ACTIVIDADES**

1. *Una vez estudiado el material asignado para este cuarto paso, resuelva los "Problemas propuestos de la unidad IV", que se encuentran contenidos en las páginas 180 a 191 y verifique sus respuestas a los ejercicios impares en las páginas 192 a 205 y sus respuestas a los ejercicios pares en la página web de la UNED, en la siguiente ubicación: Aprendizaje en línea > WebCT > Matemática Financiera > Guía de estudio y problemas resueltos > Introducción a las finanzas.*

*Debido a que las secciones 4.6, 4.7, 4.9 y 4.11 no se estudian en este curso, omita los siguientes ejercicios: 4.19, 4.27 al 4.30, 4.33 al 4.50, 4.67 y 4.69 al 4.84.*

2. *Utilice exámenes de periodos académicos anteriores, a fin de que realice prácticas, ya que es fundamental para el mejor aprovechamiento del curso. Puede encontrarlos en la página web de la UNED en la siguiente ubicación: Aprendizaje en línea > WebCT > Matemática Financiera > Presentaciones y exámenes.  
Los exámenes segundo ordinario y segundo de reposición, incluyen ejercicios de las unidades 4 y 5.*
3. *Resuelva los ejercicios de autoevaluación de la unidad 4 que se incluyen a continuación y verifique sus resultados.*

## EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

- 4.1 Si durante 4 años deposita ₡50 000 mensualmente en el banco local que le paga un interés del 20% capitalizable mensualmente.
- ¿Cuánto habrá al finalizar los 4 años?
  - ¿Cuál será el valor actual equivalente a esa serie de pagos?
- 4.2 Una persona necesita acumular ₡8 000 000 dentro de 7 años. ¿Qué depósito hecho a fin de cada mes es necesario si el banco donde depositará le reconoce intereses al 18% convertible mensualmente?
- 4.3 Adela abrió una cuenta de ahorros en el banco local, con un monto de ₡2 500 000, que acumuló intereses al 15% capitalizable semestralmente. Luego de 18 meses definió un plan para comprar un vehículo que costaría ₡12 000 000 dentro de 4 años. ¿Cuánto dinero debe depositar en la cuenta al final de cada semestre, los próximos 4 años, para obtener la cantidad requerida?
- 4.4 Una joven pareja decide ahorrar para adquirir una casa dentro de 5 años, cuyo valor a esa fecha será de ₡25 000 000. Harán depósitos trimestrales de cuotas iguales, comenzando en 3 meses. El banco reconoce los 2 primeros años un interés del 16%, los 2 siguientes un interés del 18% y el último del 20% (todos con capitalización trimestral). ¿De cuánto dinero será la cuota trimestral?
- 4.5 Una persona depositó cada 6 meses ₡33 000 en una cuenta que le pagaba el 16% de interés, convertible semestralmente. El primer depósito lo hizo cuando su hijo cumplió 6 meses y el último al cumplir 20 años. El dinero continuó en la cuenta y se entregó al hijo cuando cumplió 24 años. ¿Cuánto dinero recibió el joven?
- 4.6 Al nacimiento de su hijo, una persona desea depositar en una financiera que paga el 20% (capitalización trimestral), una suma para que su hijo reciba desde que cumpla 18 años hasta que cumpla 22 años, ₡750 000 trimestrales. ¿De cuánto dinero deberá ser ese depósito?
- 4.7 Si quiere reunir ₡5 000 000 en 4 años y para ello hace depósitos cada fin de mes en el banco local que paga el 18% de intereses capitalizable mensualmente. Luego de 3 años, el banco disminuye el interés al 15%. ¿Cuál es el valor de cada depósito, antes y después de la variación en la tasa de interés?
- 4.8 Una persona tiene a la venta un terreno y le han hecho dos ofertas:
- Primera oferta: ₡4 100 000 al contado y 12 pagos mensuales de ₡300 000.

b) Segunda oferta  $\phi$ 3 800 000 al contado y un 3 pagos semestrales de  $\phi$  1 400 000.

¿Cuál de las 2 ofertas es más conveniente si puede depositar los recursos al 12%, capitalizable mensualmente?

4.9 Usted deposita mensualmente  $\phi$ 25 000 en un banco, durante seis años, con el objeto de acumular una suma de dinero para pagar gastos médicos. Dicha entidad le paga un interés del 24% capitalizable semestralmente.

a) ¿Cuánto habrá acumulado al finalizar los seis años?

b) ¿Cuál será el valor actual equivalente a esa serie de pagos?

4.10 ¿Cuál será el valor de la cuota si adquiere una lavadora en  $\phi$ 120 000, paga  $\phi$ 25 000 de prima y el saldo en 12 cuotas mensuales, al 20% de interés?

## RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN UNIDAD 4

Nota: Tenga presente las fórmulas en anualidades:

$$\boxed{PV = PMT \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right]} \quad \boxed{FV = PMT \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]}$$

4.1 Valor futuro (FV) y valor presente (PV):

a) Monto acumulado o valor futuro:

$$FV = 50\,000 \left[ \frac{\left(1 + \frac{0,20}{12}\right)^{48} - 1}{\frac{0,20}{12}} \right]$$

$$FV = 3\,632\,745,24$$

Al cabo de los 4 años se acumularán  $\phi$ 3 632 745,24.

b) Valor actual o presente:

$$PV = 50\,000 \left[ \frac{1 - \left(1 + \frac{0,20}{12}\right)^{-48}}{\frac{0,20}{12}} \right]$$

$$PV = 1\,643\,095,78$$

El valor actual equivalente es de  $\phi$ 1 643 095,78.

4.2 PMT, conociendo valor futuro o monto acumulado:

$$\begin{aligned} 8\,000\,000 &= \text{PMT} \cdot \frac{(1+0,015)^{84} - 1}{0,015} \\ \text{PMT} &= 48\,142,70 \end{aligned}$$

El depósito necesario es de ¢48 142,70 al final de cada mes.

4.3 PMT, conociendo valor futuro o monto acumulado:

(El valor futuro se acumulará con 2 conceptos: depósito inicial y anualidad. Debe conocerse cuánto acumula el depósito inicial, para determinar el valor que debe acumular la anualidad y luego determinar el PMT)

Depósito inicial (se acumula a interés compuesto):

$$\text{FV} = 2\,500\,000 \left(1 + \frac{0,15}{2}\right)^{11} = 5\,539\,022,32$$

Valor futuro a acumular:

$$12\,000\,000 - 5\,539\,022,32 = 6\,460\,977,68$$

Cálculo de PMT, conociendo valor futuro:

$$\begin{aligned} 6\,460\,977,68 &= \text{PTM} \cdot \frac{(1 + 0,075)^8 - 1}{0,075} \\ \text{PMT} &= 618\,490,16 \end{aligned}$$

Debe depositar ¢618 490,16 al final de cada semestre.

4.4 PMT, con diferentes tasas de interés

(La fórmula de anualidad considera una tasa de interés. El ejercicio incluye 3 tasas por lo que debe tratarse como 3 anualidades, cuyo monto acumulado debe llevarse al final de los 5 años. La suma de las 3 anualidades, llevadas al final del año 5, acumulan los ¢25 000 000)

Primera anualidad (VF al final de año 2):

$$\text{FV} = \text{PTM} \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,16}{4}\right)^8 - 1}{\frac{0,16}{4}}$$

Segunda anualidad (VF al final de año 4):

$$FV = PTM \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,18}{4}\right)^8 - 1}{\frac{0,18}{4}}$$

Tercera anualidad (VF al final de año 5):

$$FV = PTM \cdot \frac{\left(1 + \frac{0,20}{4}\right)^4 - 1}{\frac{0,20}{4}}$$

Cálculo de PMT:

(Cada anualidad debe llevarse al final de año 5 y hacerlas igual a suma requerida de valor futuro. La primera se lleva a interés compuesto por 8 trimestres al 18% y luego 4 trimestres al 20%. La segunda se lleva 4 trimestres al 20%. La tercera ya está al final del año 5. Considere que tasa y periodos deben expresarse trimestralmente).

$$PMT \cdot \frac{(1 + 0,04)^8 - 1}{0,04} \cdot (1 + 0,045)^8 \cdot (1 + 0,05)^4 + PMT \cdot \frac{(1 + 0,045)^8 - 1}{0,045} \cdot (1 + 0,05)^4 + \dots$$

$$\dots + PMT \cdot \frac{(1 + 0,05)^4 - 1}{0,05} = 25\,000\,000$$

$$\begin{aligned} 15,92746 \text{ PMT} + 11,40147 \text{ PMT} + 4,31013 \text{ PMT} &= 25\,000\,000 \\ \text{PMT} &= 790\,162,90 \end{aligned}$$

La cuota trimestral será de ¢790 162,90.

#### 4.5 Monto acumulado:

Cálculo de monto acumulado por la anualidad:

$$FV = 33\,000 \cdot \frac{(1 + 0,08)^{40} - 1}{0,08}$$

$$FV = 8\,548\,865,12$$

Luego se debe llevar a interés compuesto hasta el año 24:

$$\begin{aligned} FV &= 8\,548\,865,12 (1 + 0,08)^8 \\ FV &= 15\,823\,352,71 \end{aligned}$$

El joven recibió ¢15 823 352,71.

#### 4.6 Monto de depósito inicial:

Valor actual o presente de la anualidad deseada:

(Primer pago a los 18 años y último al cumplir 22, son 17 pagos trimestrales)

$$PV = 750\,000 \cdot \frac{1 - (1 + 0,05)^{-17}}{0,05}$$

$$PV = 8\,455\,549,69$$

Monto del depósito:

(La anualidad es vencida o el pago al final del trimestre. Si el primer pago es al cumplir 18 años, el PV está determinado 3 meses antes, es decir al trimestre 71. Debe traerse el valor determinado al trimestre cero, a tasa de 5% trimestral).

$$\begin{aligned} FV &= PV (1 + i)^n \\ 8\,455\,549,69 &= PV (1 + 0,05)^{71} \\ PV &= 264\,668,11 \end{aligned}$$

Deberá depositar  $\phi$ 264 668,11.

#### 4.7 PMT con diferentes tasas interés:

Cálculo de PMT conociendo FV (antes del cambio en tasa interés):

$$5\,000\,000 = PMT \cdot \frac{(1 + 0,015)^{48} - 1}{0,015}$$

$$PMT = 71\,875,00$$

El valor de cada depósito es de  $\phi$ 71 875,00, antes del cambio en la tasa de interés.

Monto acumulado al cambiar tasa interés

$$FV = 71\,875,00 \cdot \frac{(1 + 0,015)^{36} - 1}{0,015}$$

$$FV = 3\,397\,960,29$$

Que a interés compuesto acumulará al mes 48:

$$FV = 3\,397\,960,29 (1 + 0,0125)^{12}$$

$$FV = 3\,944\,197,76$$

Por lo que debe completar con una nueva anualidad:

$$5\,000\,000 - 3\,944\,197,76 = 1\,055\,802,24$$

Cálculo de PMT conociendo FV (después del cambio en tasa interés):

$$1\,055\,802,24 = PMT \cdot \frac{(1 + 0,0125)^{12} - 1}{0,0125}$$

$$PMT = 82\,097,40$$

El valor de cada depósito es de ¢82 097,40, después del cambio en la tasa de interés.

#### 4.8 Comparación de ofertas:

$$\text{Oferta a): } 4\,100\,000 + 300\,000 \cdot \left[ \frac{1 - (1 + 0,01)^{-12}}{0,01} \right] = 7\,476\,523,24$$

$$\text{Oferta b): } 3\,800\,000 + 1\,400\,000 \cdot \left[ \frac{1 - (1 + 0,0615)^{-3}}{0,0615} \right] = 7\,531\,855,35$$

(Para oferta b: convertir tasa capitalizable mensual a tasa efectiva semestral).

La oferta b) es más conveniente, pues representa un mayor valor actual.

#### 4.9 Monto acumulado y valor actual; periodos capitalización diferentes (Fórmula de anualidad implica capitalización según la periodicidad de los pagos. El interés del banco se capitaliza semestralmente, por lo que se debe buscar la tasa mensual equivalente que representa tasa efectiva semestral del banco).

Cálculo de la tasa:

Tasa efectiva del banco: 12% semestral

$$i(a) = (1 + i)^m - 1 \quad (\text{Ver página 90 del libro texto})$$

Y se tiene  $i(a) = 12\%$ ,  $m = 6$ , para calcular  $j$  que sería tasa mensual, por lo que:

$$\begin{aligned} 0,12 &= (1 + i)^6 - 1 \\ i &= 0,0190676 = 1,91\% \end{aligned}$$

Calculada la tasa de interés, se procede con la fórmula de anualidades:

a) Monto acumulado o valor futuro:

$$FV = 25\,000 \left[ \frac{(1 + 0,0191)^{72} - 1}{0,0191} \right]$$

$$FV = 3\,802\,222,75$$

Al finalizar los 6 años habrá acumulado ¢3 802 222,75.

b) Valor actual o presente:

$$PV = 25\,000 \left[ \frac{1 - (1 + 0,0191)^{-72}}{0,0191} \right]$$

$$PV = 973\,706,00$$

El valor actual equivalente de la serie de pagos es ¢973 706,00.

#### 4.10 Cálculo de PMT:

El monto financiado es ¢95 000, es decir ¢120 000 menos ¢25 000 de prima, por lo que se usa fórmula de PV de una anualidad).

$$95\ 000 = \text{PMT} \left[ \frac{1 - (1 + 0,016667)^{-12}}{0,016667} \right]$$

$$\text{PMT} = 8\ 800,28$$

La cuota será de ¢8 800,28.

# CUARTA TUTORÍA

## Unidad V: Amortización de créditos y préstamos

TEMA	UNIDAD
AMORTIZACIÓN DE CRÉDITOS Y PRÉSTAMOS	V

### OBJETIVO GENERAL

*Utilizar los diferentes sistemas para la cancelación de préstamos o pasivos financieros en la resolución de ejercicios.*

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. *Identificar los sistemas más utilizados en la cancelación de préstamos.*
2. *Aplicar los sistemas de amortización por cuota nivelada.*
3. *Aplicar los sistemas de amortización constante o fija.*
4. *Aplicar los sistemas de amortización global.*
5. *Utilizar los fondos de amortización para modificar los pagos en los sistemas de amortización global.*
6. *Resolver situaciones de amortización de préstamos con tasas fluctuantes.*
7. *Resolver ejercicios de préstamos con período de gracia.*
8. *Aplicar otras formas de cancelar un préstamo: Interés "Flat" o simple y su equivalencia con la tasa de interés sobre saldos en la resolución de ejercicios.*

### SUMARIO DE LECTURAS

- ✓ Definiciones, sistemas más utilizados (pág. 207).
- ✓ Sistema de amortización por cuota nivelada (págs. 207 a 210).
- ✓ Sistema de amortización constante o fija (págs. 211 a 212).
- ✓ Sistema de amortización o pago global al final (págs. 213 a 214).
- ✓ Sistemas amortización créditos con tasa fluctuante (págs. 214 a 217).
- ✓ Préstamos con periodo de gracia (págs. 217 a 218).
- ✓ Otras formas de cancelar una deuda: Interés Flat (págs. 218 a 220).

No estudiar lo correspondiente a la sección 5.8: Costo real de un préstamo (págs. 220 a 223).

## CONCEPTOS RELEVANTES

Una vez que usted ha realizado las lecturas anteriores, analice cuidadosamente los siguientes conceptos relevantes, ya que con ellos se pretende enfatizar algunos contenidos importantes de la unidad.

### AMORTIZACIÓN DE CRÉDITOS:

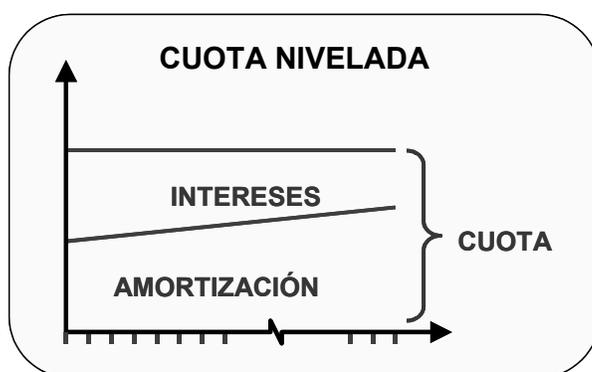
Se refiere a las diversas modalidades mediante las cuales se realiza el pago de un crédito o préstamo. Estos pagos incluyen los intereses que devenga la deuda, así como la devolución del monto del préstamo, capital o principal.

### SISTEMA DE AMORTIZACIÓN POR CUOTA NIVELADA:

Llamado también sistema de anualidad constante (PMT) o sistema francés. Implica un servicio de la deuda con una cuota constante durante toda la vigencia del préstamo. Los intereses se calculan sobre el saldo adeudado y como la cuota incluye amortización al principal e intereses, en la medida que disminuye el saldo se reduce el monto de intereses e incrementa el monto destinado al pago del principal.

El concepto utilizado es el de anualidad (PMT), donde el valor presente de los pagos periódicos equivale al monto del principal del préstamo, considerando una tasa de interés como costo de los recursos.

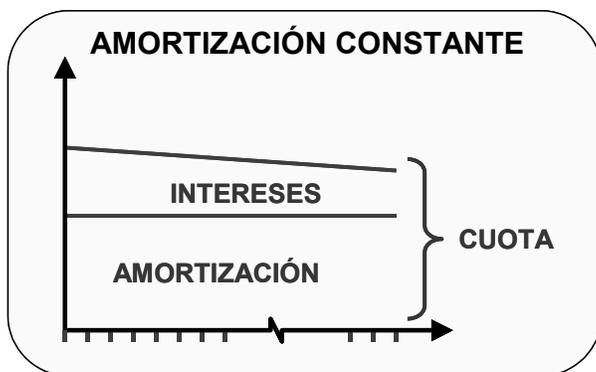
El siguiente esquema muestra el sistema de cuota nivelada, en el cual la cuota permanece igual durante la vigencia del préstamo, pero se incrementa la amortización mientras los intereses disminuyen:



### SISTEMA DE AMORTIZACIÓN CONSTANTE O FIJA:

El pago al principal es uniforme, ya que para su cálculo se divide el monto del préstamo entre el número de periodos. La amortización o pago del principal es constante durante todo el crédito, por lo que al disminuir el saldo se reduce el monto de pago de intereses durante el servicio de la deuda. La cuota es decreciente, ya que aunque se mantiene constante el pago de principal, disminuyen los intereses.

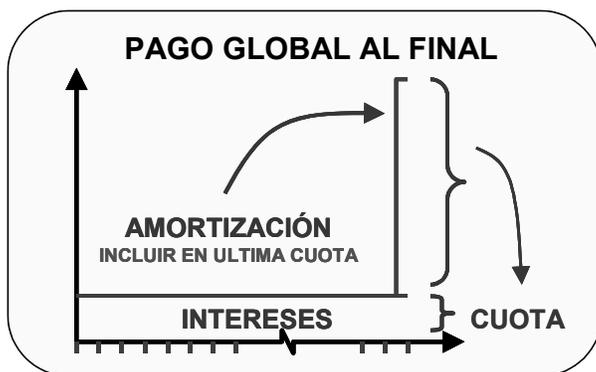
El siguiente esquema muestra el sistema de amortización constante, en el cual la cuota es decreciente durante la vigencia del préstamo, ya que la amortización es constante pero los intereses disminuyen:



**SISTEMA DE AMORTIZACIÓN O PAGO GLOBAL AL FINAL:**

Implica el pago de solo intereses durante la vigencia del préstamo. Al vencimiento se debe pagar la totalidad del principal. Al no amortizarse durante la vigencia del préstamo, los intereses son constantes

El siguiente esquema muestra el sistema de pago global al final, en el cual los intereses no varían durante la vigencia del préstamo y la amortización total se realiza al final del plazo establecido:



**TABLA DE CANCELACIÓN O SERVICIO DE LA DEUDA:**

Es una tabla que muestra el detalle de cada pago, tanto el monto total de la cuota como el desglose en amortización e intereses, así como el saldo pendiente del principal de crédito.

## CAMBIO EN LA CUOTA POR VARIACIÓN EN TASA DE INTERÉS:

Si varía la tasa de interés durante la vigencia del préstamo, se debe conocer el saldo al momento del cambio de tasa, para realizar el nuevo cálculo.

Si no se tiene la tabla de servicio de la deuda, para conocer el saldo sobre el cual aplicar el nuevo cálculo, se procede de la siguiente forma:

- Para cuota nivelada se utiliza la fórmula de PV de una anualidad, dejando como incógnita el valor presente y los valores conocidos como la cuota, la tasa de interés y el número de periodos que faltan.
- Para amortización constante, se multiplica el valor de la amortización periódica por el número de periodos que faltan.
- Para pago global al final, el saldo no varía por lo que es el mismo inicial.

## FONDO DE AMORTIZACIÓN:

Es un fondo que se constituye cuando se utiliza el sistema de pago global al final para evitar el pago de una suma importante al finalizar el plazo. Se constituye mediante depósitos periódicos que acumulan un monto igual al principal que debe pagar. Corresponde a una anualidad para tener un monto acumulado igual al pago del principal al final del plazo.

## INTERÉS FLAT:

Consiste en aplicar una tasa de interés simple sobre el capital total, por todos años del préstamo, para definir los intereses que luego se suman al capital y se dividen entre el número de cuotas en que se cancelará la deuda; es decir, se aplica los intereses sobre el monto del principal durante todos los periodos, en vez de hacerlo sobre saldos como lo hacen los otros sistemas mencionados.

## ACTIVIDADES

- 1. Una vez estudiado el material asignado para este quinto paso, resuelva los Problemas propuestos de la unidad V, que se encuentran contenidos en las páginas 224 a 229 y verifique sus respuestas a los ejercicios impares en las páginas 230 a 238 y sus respuestas a los ejercicios pares en la página web de la UNED, en la siguiente ubicación: Aprendizaje en línea > WebCT > Matemática Financiera > Guía de estudio y problemas resueltos > Introducción a las finanzas.  
Debido a que la sección 5.8 no se estudia en este curso, omita los siguientes ejercicios: 5.15, 5.16 y 5.25.*
- 2. Utilice exámenes de periodos académicos anteriores, a fin de que realice prácticas, ya que es fundamental para el mejor aprovechamiento del curso. Puede encontrarlos en la página web de la UNED en la siguiente ubicación:*

*Aprendizaje en línea > WebCT > Matemática Financiera > Presentaciones y exámenes.*

*Los exámenes segundo ordinario y segundo de reposición, incluyen ejercicios de las unidades 4 y 5.*

3. *Resuelva los Ejercicios de Autoevaluación de la unidad 5 que se incluyen a continuación y verifique sus resultados.*

### **EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN**

- 5.1 Una persona solicita un préstamo de  $\phi 1\,500\,000$  al banco local, a una tasa de interés del 18% anual, pagadero en cuotas iguales trimestrales. Si el plazo es de 2 años, ¿cuál es el valor de la cuota?
- 5.2 Determine las cuotas 1, 2, 15 y 16 y la tabla de amortización de la deuda para un préstamo de  $\phi 800\,000$  al 18% anual, pagadero mensualmente durante 2 años, por los siguientes métodos de cancelación:
- Cuota nivelada.
  - Amortización constante.
  - Pago al final, con un fondo de amortización al 15% de interés.
- 5.3 Una persona requiere  $\phi 3\,000\,000$  y le ofrecen financiamiento al 22% anual, en 36 cuotas mensuales. El prestamista le indica que calcula el interés flat y que incluye un costo de  $\phi 90\,000$  por investigación de crédito. ¿Cuál es la cuota y la tasa de interés anual?
- 5.4 Un banco ofrece un préstamo con cuotas trimestrales a 4 años plazo, con 1 año de gracia (la primera cuota mensual se paga justo al cumplirse el año). El monto del préstamo es  $\phi 5\,000\,000$  y la tasa de interés del 18%. Construya la tabla de pagos para los primeros 6 periodos de este préstamo.
- 5.5 Un préstamo por  $\phi 750\,000$  a 36 meses plazo tiene una tasa de interés del 15%. Al finalizar el segundo año, la tasa de interés sube al 18%. ¿De cuánto dinero serán las cuotas mensuales antes y después de la variación en la tasa de interés?

## RESOLUCIÓN DE EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN UNIDAD 5

Nota: Tenga presente las fórmulas en anualidades:

$$PV = PMT \left[ \frac{1 - (1 + i)^{-n}}{i} \right] \quad FV = PMT \left[ \frac{(1 + i)^n - 1}{i} \right]$$

5.1 Cálculo de cuota nivelada:

$$1\ 500\ 000 = PMT \left[ \frac{1 - (1 + 0,045)^{-8}}{0,045} \right]$$

$$PMT = 227\ 414,48$$

El valor de la cuota es de ¢227 414,48.

5.2 Cuota y tabla de amortización de la deuda:

a) Cuota nivelada:

Cálculo de la cuota o PMT

$$800\ 000 = \left[ \frac{1 - (1 + 0,015)^{-24}}{0,015} \right]$$

$$PMT = 39\ 939,28$$

La tabla de amortización de la deuda, con cuota nivelada es:

Tabla de pagos:

PERIODO	CUOTA	INTS	AMORT	SALDO
0				800 000,00
1	<b>39 939,28</b>	12 000,00	27 939,28	772 060,72
2	<b>39 939,28</b>	11 580,91	28 358,37	743 702,35
14				368 327,43
15	<b>39 939,28</b>	5 524,91	34 414,37	333 913,06
16	<b>39 939,28</b>	5 008,70	34 930,59	298 982,47

Nota:

- El interés es igual a la tasa mensual multiplicada por el saldo del periodo anterior.
- La amortización es igual a cuota menos Interés.
- El saldo es igual al saldo del periodo anterior menos la amortización.
- El saldo anterior para cuota 15 (saldo en cuota 14) se determina obteniendo el PV de las cuotas que faltan: son 24 y se han pagado 14, es decir faltan 10:

$$PV = 39\ 939,28 \left[ \frac{1 - (1 + 0,015)^{-10}}{0,015} \right]$$

$$PV = 368\ 327,43$$

b) Amortización constante:

Cálculo de la amortización

$$\frac{800\,000}{24} = 33\,333,33$$

La tabla de amortización de la deuda, con amortización constante es:  
Tabla de pagos:

PERIODO	CUOTA	INTS	AMORT	SALDO
0				800 000,00
1	45 333,33	12 000,00	<b>33 333,33</b>	766 666,67
2	44 833,33	11 500,00	<b>33 333,33</b>	733 333,33
14				333 333,33
15	38 333,33	5 000,00	<b>33 333,33</b>	300 000,00
16	37 833,33	4 500,00	<b>33 333,33</b>	266 666,67

Nota:

- El interés es igual a la tasa mensual por el saldo del periodo anterior.
- La cuota es igual a la amortización más el interés.
- El saldo es igual al saldo del periodo anterior menos la amortización.
- El saldo anterior para cuota 15 (saldo en cuota 14) se determina multiplicando el monto de amortización por las cuotas faltantes. Como faltan 10 cuotas, entonces  
(poner símbolo de "saldo anterior") =  $10 \cdot 33\,333,33 = 333\,333,33$

c) Pago al final con fondo amortización:

La tabla de amortización de la deuda, con pago al final y con fondo de amortización, es:

Tabla de pagos:

PERIODO	CUOTA SIN F.A.	INTS	AMORT	SALDO	FONDO AMORTIZ	CUOTA TOTAL
0				800 000,00		
1	12 000,00	12 000,00	0,00	800 000,00	28 789,32	40 789,32
2	12 000,00	12 000,00	0,00	800 000,00	28 789,32	40 789,32
14				800 000,00		
15	12 000,00	12 000,00	0,00	800 000,00	28 789,32	40 789,32
16	12 000,00	12 000,00	0,00	800 000,00	28 789,32	40 789,32

Nota:

- El interés es igual a la tasa mensual por el saldo del periodo anterior.
- La cuota sin fondo de amortización es igual al interés (no hay amortización).
- El fondo de amortización, se calcula monto que permite acumular el monto del préstamo para pagarlo al final del plazo, con la fórmula de valor futuro:

$$800\,000 = \text{PMT} \left[ \frac{(1 + 0,0125)^{24} - 1}{0,0125} \right]$$

$$\text{PMT} = 28\,789,32$$

- La cuota total es igual a la cuota sin fondo amortización (o interés) más el fondo de amortización.

### 5.3 Cuota con interés flat:

Monto solicitado	3 000 000,00
Investigación de crédito	90 000,00
Sub-Total	3 090 000,00
Intereses (30 090 000 · 3 · 0,22)	2 039 400,00
Total deuda	5 129 400,00
Cuota mensual $\left(\frac{5 129 400}{36}\right)$	142 483,33

La cuota con interés flat es de ¢142 483,33.

Costo efectivo del préstamo:

$$3 000 000 = 142 483,33 \left( \frac{1 - (1+i)^{-36}}{i} \right)$$

$$i = 0,032451 = 3,25\% \text{ (mensual)}$$

Tasa de interés anual:

$$\begin{aligned} \text{Nominal:} & \quad 3,25\% \cdot 12 = 39,00\% \\ \text{Efectiva: } i(a) & = (1 + 0,0325)^{12} - 1 = 46,78\% \end{aligned}$$

La tasa de interés anual nominal es de 39,00% y la efectiva de 46,78%.

### 5.4 Préstamo con periodo de gracia:

Cálculo de cuota: Son 13 periodos. El préstamo es a 4 años, con uno de gracia, pero la primera cuota se paga justo al cumplir el primer año y la última, al cumplir 4 años:

$$5 000 000 = \text{PMT} \left( \frac{1 - (1+0,045)^{-13}}{0,045} \right)$$

$$\text{PMT} = 516 376,76$$

La tabla de amortización de la deuda, para los primeros 6 periodos es:

Tabla de pagos:

PERIODO	CUOTA	INTS	AMORT	SALDO
0				5 000 000,00
1	225 000,00	225 000,00		5 000 000,00
2	225 000,00	225 000,00		5 000 000,00
3	225 000,00	225 000,00		5 000 000,00
4	<b>516 376,76</b>	225 000,00	291 376,76	4 708 623,24
5	<b>516 376,76</b>	211 888,05	304 488,72	4 404 134,52
6	<b>516 376,76</b>	198 186,05	318 190,71	4 085 943,81

En los tres primeros trimestres solo paga intereses (periodo de gracia); a partir del periodo 4 hasta el 16 (durante 13 periodos) paga cuota nivelada de amortización e intereses.

## 5.5 Variación de tasa de interés:

Cuota original:

$$750\,000 = \text{PMT} \left( \frac{1 - (1 + 0,0125)^{-36}}{0,0125} \right)$$

$$\text{PMT} = 25\,999,00$$

Las cuotas antes de la variación en la tasa de interés serán de ¢25 999,00.

Saldo adeudado en cuota 24: (Considera 12 cuotas faltantes)

$$\text{PV} = 25\,999,00 \left( \frac{1 - (1 + 0,0125)^{-12}}{0,0125} \right)$$

$$\text{PV} = 288\,051,00$$

Nueva cuota:

$$288\,051,00 = \text{PMT} \left( \frac{1 - (1 + 0,0125)^{-12}}{0,0125} \right)$$

$$\text{PMT} = 26\,408,51$$

Las cuotas después de la variación en la tasa de interés serán de ¢26 408,51.

## **BIBLIOGRAFÍA DE CONSULTA:**

AYRES, F, Jr. *Matemáticas Financieras*. México: MacGraw-Hill, s.a.

BACA, G. *Las Matemáticas Financieras y los sistemas*. México: LIMUSA, s.a.

CISSELL, R; FLASHPOHLER, D. *Matemáticas Financieras*. México: Editorial Continental, s.a.

GARCÍA, J.A. *Matemáticas Financieras*". Colombia: Pearson, s.a.

MERINO SERNA, J. *Finanzas Básicas: libro de prácticas*. Costa Rica: PulPel S.A., s.a.

PORTUS, L. *Matemáticas Financieras*. México: MacGraw-Hill, s.a.

SELMA, F. *Matemática Financiera*. España: Alhambra S.A., s.a.