Francisco Mora Vicarioli

Matemática para informática I

Código 50287

Guía de estudio

UNED
UNIVERSIDAD ESTATAL A DISTANCIA
Institución Benemérita de la Educación y la Cultura

PROGRAMA DE PRODUCCIÓN DE MATERIAL DIDÁCTICO ESCRITO

Producción académica
y asesoría metodológica

Kay Guillén Díaz

Revisión filológica
Ginette Durán Carrillo

Diagramación
Kay Guillén Díaz

Encargado de cátedra
Grethel Mena Araya

Esta guía de estudio ha sido confeccionada en la UNED, en el 2014, para ser utilizada en la asignatura Matemática para informática I, código **50287**, que se imparte en el programa de Área de Comunicación y Tecnología de la Dirección de Extensión Universitaria.

Universidad Estatal a Distancia
Dirección de Extensión Universitaria
Área de Comunicación y Tecnología

PRESENTACIÓN

Esta guía de estudio tiene el propósito de apoyar en el estudio de la materia de Matemática para Informática, código 50287, perteneciente al Técnico Universitario en Computación e Informática, del Área de Comunicación de la Dirección de Extensión Universitaria (Dirextu) de la UNED.

Se trata de un curso del primer bloque del programa, brinda principios básicos de la matemática orientada a su uso en la informática y que servirán como base para la comprensión de los contenidos de cursos posteriores. La asignatura posee un libro de texto base, *Matemáticas para la Computación* de José Alfredo Jiménez Murillo (2008), de la editorial Alfaomega.

El curso de Matemática para Informática I se clasifica como híbrido a distancia, ya que utiliza una plataforma de aprendizaje en línea donde se proponen recursos de apoyo, espacio para consultas sobre los contenidos, comunicación, tanto sincrónica como asincrónica, y actividades evaluadas. Cuenta también con la aplicación de pruebas escritas de manera presencial. Este documento complementa las explicaciones de los diferentes contenidos que presenta el libro de texto, conceptos clave, algunos vínculos electrónicos para ampliar los contenidos, ejemplos y ejercicios que permiten una mejor comprensión de los temas.

Se recomienda iniciar el estudio de los diferentes temas por medio de esta guía, posteriormente puede abordar el libro de texto utilizando las secciones, páginas y ejercicios que se recomiendan. Para el curso no se utiliza todo texto, solo se evalúan seis capítulos y de estos algunas secciones, las cuales se especifican en el Cuadro 1 y al inicio de cada tema bajo el apartado "Guía de lectura para el material de estudio".

Cuadro 1
Temas a estudiar del libro de texto

Capítulo	Secciones	Páginas
I. Sistemas numéricos		
	1.1 Introducción	4
	1.2 Sistema decimal	5
	1.3 Sistema binario, octal y hexadecimal	6-11
	1.4 Generalización de las conversiones	12
	1.5.1 Operaciones básicas (solo Suma)	13-16
	1.5.3 Multiplicación	19-21
	1.7 Aplicaciones de los sistemas numéricos	30

I. Propósito del curso

El curso tiene como propósito la comprensión de ejercicios y aplicaciones matemáticas en las que se sustenten las respuestas para la toma de decisiones. Por tal razón, se apoya en las matemáticas discretas que surgen como una disciplina que unifica diversas áreas tradicionales de las matemáticas; es de gran interés para la informática, ya que la información se manipula y almacena en los computadores en forma discreta. Por lo anterior, tiene su aplicación siempre que deban contarse objetos, se estudien relaciones entre conjuntos finitos o se analicen procesos que incluyan un número finito de pasos.

II. Justificación del curso

Esta asignatura tiene como objetivo estudiar los métodos derivados de la matemática formal con el fin de aplicarlos a una ciencia particular: las ciencias de la computación (lógica computacional o lógica informática, la cual estudia aspectos que solo se presentan en situaciones computacionales; por ejemplo, la especificación de programas de cómputo, la demostración automática de teoremas y la programación automática, surgen del desarrollo de procedimientos computacionales).

La matemática contextualizada en la informática estudia la aplicación de las matemáticas discretas en la ayuda del desarrollo de la lógica formal en el estudiantado, incentivando así, la lógica computacional para diferentes áreas de las ciencias computacionales, sobre todo en la resolución de problemas y en todas las etapas del desarrollo del software, es decir, especificación, diseño, construcción y verificación formal de programas.

III. Metodología de estudio

La naturaleza del curso es teórico-práctica, por lo que es importante estimular y motivar al estudiantado como los responsables de la construcción de su conocimiento. En la parte teórica el estudiantado deberá cumplir con lecturas asignadas, así como tareas, prácticas y ejercicios propuestos. Se fomentará el trabajo en grupo, para lograr un aprendizaje participativo y colaborativo.

La parte teórica se orienta hacia la construcción del conocimiento por parte del estudiantado, donde el o la docente fungirá como guía para la construcción y re-construcción del conocimiento. Para lograr una realimentación, en el entorno virtual, se presentarán al estudiantado la calificación oportuna y realimentación de las diferentes actividades, así mismo existen espacios de consultas donde se pueden aclarar aspectos de los contenidos y ejercicios propuestos.

Se desarrolla la parte práctica para orientar al estudiantado en el trabajo de las tareas y actividades grupales. Se podrá hacer uso de la plataforma de aprendizaje en línea de la UNED donde se atenderán las consultas que puedan surgir durante el proceso enseñanza-aprendizaje.

IV. Aprendizaje mediado por la plataforma

Para el desarrollo del curso, se contará con la plataforma de aprendizaje en línea. Dicha herramienta proporciona el medio en donde se realiza el envío de tareas, proyectos, participación en foros, comunicación por diferentes medios, correo interno, foro de consultas, anuncios y recordatorios, además de otros espacios de interacción grupal, donde se realizan discusiones sobre algunos de los temas propuestos.

Los siguientes son aspectos que se recomienda realice cada estudiante para tener un adecuado acceso a la plataforma:

- ✓ Tener una cuenta de correo electrónico.
- ✓ Acceso a una computadora.
- ✓ Conexión a internet.

Cantidad de tiempo necesario para participar en foros u otras actividades, que se realicen en la plataforma.

El curso tiene un total de 12 semanas distribuidas en módulos que abarcan todo el cuatrimestre. Los módulos tienen una duración mínima de una semana y dos semanas como máximo lo que permite exista suficiente tiempo para el estudio independiente de los contenidos y realizar las actividades evaluadas tendientes a una comprobación de los diferentes temas.

i. ALGUNOS ASPECTOS IMPORTANTES QUE DEBE CUMPLIR EL ESTUDIANTE EN EL CURSO

A continuación se presentan algunas recomendaciones a seguir por parte de los estudiantes durante el curso:

- ✓ Ingresar al menos tres veces por semana a la plataforma del curso, ya que la participación en algunas actividades, como los foros, requieren una mayor frecuencia.
- ✓ Revisar los diferentes espacios de comunicación (correo interno de la plataforma y foro de consultas).
- ✓ Entregar las tareas por medio de los espacios indicados en la fecha y hora establecida.
- ✓ Participar constantemente en los espacios de discusión (foros), realizando aportes que reflejen un análisis e investigación de los temas propuestos. No se recomienda dejar los aportes para los últimos tres días del foro, esto afecta la nota de la actividad ya que se desaprovecha la interacción con los compañeros.
- ✓ Para trabajos grupales, también es necesario el ingreso constante y la comunicación con los compañeros para realizar las actividades propuestas.
- ✓ Responder a los correos internos que el tutor le dirija de forma personalizada.
- ✓ Revisar las calificaciones brindadas para cada actividad evaluada del curso e indicar, vía correo interno, sobre aquellas en las que desee se realice una segunda revisión en caso de no estar de acuerdo con la nota brindada. Estas calificaciones estarán disponibles una semana después de cada actividad.
- ✓ La comunicación con el facilitador se realiza única y exclusivamente por medio de los espacios

de comunicación de la plataforma, **no se hará uso del correo externo en ningún caso.**

- ✓ Toda consulta relativa a los contenidos del curso, ejercicios o ejemplos deben plantearse en el foro de consultas, espacio que permite al facilitador hacer las aclaraciones y que todo el grupo pueda aprovechar dicha realimentación.

ii. Indicaciones generales para las actividades del curso

A continuación algunas recomendaciones para el aprovechamiento de las actividades evaluadas del curso, las cuales tienen un gran peso en la nota final, ya que representan el 50% de esta.

- ✓ Las actividades evaluadas que se realizan en la plataforma de aprendizaje en línea no se reponen, por ello, el estudiante debe estar pendiente de las fechas límite propuestas.
- ✓ Para el envío de tareas, se debe hacer uso del medio indicado en fecha y hora límite, no se admiten por ninguna otra vía.
- ✓ Todas las actividades del curso tienen una duración mínima de una semana y algunas otras dos semanas, por lo que el estudiante debe planificar su realización, para lo cual se requiere que se haga un estudio previo de los contenidos del curso; **el estudio independiente debe iniciarse desde que empiezan los diferentes módulos del curso**.
- ✓ En caso de que tenga algún inconveniente para la entrega o participación de alguna actividad, debe informarlo antes de que esta finalice, vía correo interno dirigido al facilitador del curso.
- ✓ También, si tiene dificultad para comprender las instrucciones de alguna actividad, puede hacer uso del foro de consultas, siempre antes de la finalización de la actividad.

V. EVALUACIÓN DEL CURSO

La evaluación será formativa y sumativa. El aspecto formativo se refleja en la retroalimentación que brinda el profesor facilitador en la plataforma. Esta consiste en la presentación de ejercicios prácticos resueltos por parte del estudiante, similares a los del material complementario que se encuentra en la plataforma virtual, a los que el docente hace aportes y, en algunos casos, también por parte de sus compañeros.

La evaluación sumativa se desarrolla por medio de diversas actividades evaluativas, algunas de ellas en la plataforma y las restantes por medio de dos exámenes ordinarios que se realizan de manera presencial.

- I Examen Ordinario: 25%
- II Examen Ordinario: 25%

El porcentaje total de las actividades en la plataforma de aprendizaje en línea es del 50% de la nota final, que junto con los exámenes, suma el 100% de la nota.

Cualquiera de los dos exámenes se puede reponer al finalizar el cuatrimestre, ya sea porque no se realizó, o bien para mejorar la nota del curso y aprobarlo. Este trámite se realiza en el centro universitario respectivo

VI. DESCRIPCIÓN

El propósito de este material es convertirse en un apoyo al libro de texto del curso. Contiene orientación para el abordaje de cada tema, ejemplos y ejercicios.

VII. CONOCIMIENTOS PREVIOS

El perfil de ingreso del estudiante del programa Técnico Universitario en Computación e Informática, requiere del noveno año de secundaria aprobado, por tanto, los conocimientos previos corresponden a operaciones aritméticas, leyes de potencia, conjuntos numéricos y álgebra básica.

CONTENIDO

OBJETIVOS GENERALES

Al concluir el estudio de este curso el estudiante estará preparado para:

1. Analizar los conceptos básicos de los sistemas numéricos, mediante la expresión de símbolos
2. Calcular permutaciones y combinaciones de conjuntos de n elementos en arreglos de diferentes tamaños
3. Reconocer las generalidades de los conjuntos
4. Reconocer las leyes algebraicas de Boole y su correlación con las fórmulas proposicionales
5. Analizar principios de la lógica computacional
6. Analizar los conceptos de relación mediante la resolución de operaciones

CAPÍTULO 1 SISTEMAS DE NUMERACIÓN

SUMARIO

- Definiciones básicas.
- Sistemas de numeración, binario, octal, decimal y hexadecimal.
- Notación exponencial de un número.
- Conversiones entre sistemas de numeración.
- Operaciones entre sistemas de numeración: suma y multiplicación.

SÍNTESIS

Los contenidos permitirán tener una noción de los sistemas de numeración que se aplican en la informática. Estos principios incluyen conversiones y operaciones entre los diferentes sistemas.

OBJETIVOS

Al finalizar el estudio de este capítulo, entre otras habilidades, usted será capaz de:

Adquirir los principios teórico-prácticos de los diferentes sistemas de numeración en procesos de conversión y operaciones para su aplicación en el contexto de la informática.

1. SISTEMAS DE NUMERACIÓN

1.1. INTRODUCCIÓN

Los sistemas de numeración tienen aplicación directa en los sistemas informáticos; precisamente, a lo interno de las computadoras, se manejan distintos sistemas de numeración. En este tema, se abarcan los principales aspectos de estos sistemas de conversiones y las operaciones suma y multiplicación que se pueden realizar entre estos.

1.2. GUÍA DE LECTURA PARA EL MATERIAL DE ESTUDIO

A continuación, en el Cuadro 2, se presenta la lista de los temas a desarrollar con sus respectivos números de página del libro de texto.

Cuadro 2
Temas a estudiar en el capítulo I

1.3. Conceptos claves

base numérica: Corresponde al valor máximo de dígitos que utiliza un número para realizar su representación. Por ejemplo, en el sistema de numeración binario (base dos), utiliza los dígitos 0 y 1, en el sistema octal (base ocho), utiliza los números del 0 al 7. Estas bases se representan con un subíndice al lado del número y usualmente este se coloca entre paréntesis. Un número binario con su respectivo subíndice es: $11011_{(2)}$.

conversión de base: Proceso mediante el cual convertimos un número representado en cierta base a su equivalente en otra, utilizando para esto un proceso aritmético. También se puede hacer uso de las tablas de equivalencia.

sistema de numeración: Conjunto de reglas y símbolos que permite representar un número.

sistema de numeración aditivo: Es aquel que utiliza una serie de símbolos para la formación del número, pero estos no requieren de un orden específico, solamente se suman los valores de cada símbolo para obtener el número deseado. Entre los ejemplos de los sistemas de numeración aditivo están el egipcio y el griego.

sistema de numeración binario: Es aquel que utiliza los dígitos 0 y 1. Los números en este sistema se identifican con el subíndice $_{(2)}$. Por ejemplo el número $1101_{(2)}$ es un número binario, pues además contiene solo los dígitos 0 y 1.

sistema de numeración decimal: Es aquel que utiliza los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Los números en este sistema se identifican por no tener ningún subíndice. Todo número que no lo posea es decimal, a menos que se indique lo contrario.

sistema de numeración hexadecimal: Es el que utiliza los dígitos del 0 al 9 e incluye las letras mayúsculas de la A a la E para representar los dígitos mayores a 10, por ende, utiliza el siguiente conjunto para representar los números: {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F}. Los números en este sistema se identifican con el subíndice $_{(16)}$. Por ejemplo, el número $9E3_{(16)}$ es un número hexadecimal.

sistema de numeración octal: Es el que utiliza los dígitos 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Los números en este sistema se identifican con el subíndice $_{(8)}$. Por ejemplo, el número $346_{(8)}$ es un número octal.

sistema no posicional: Es completamente opuesto al sistema posicional. En este sistema la posición de los dígitos no influye en su valor.

sistema posicional: Es aquel donde la ubicación de un dígito influye en su valor. Por ejemplo, en el sistema decimal la posición del digito en la cifra indica si este es una unidad, decena, centena, o bien la potencia que le corresponde según la base del número que se esté utilizando.

1.4. Información complementaria

A continuación se desarrolla un resumen y ejemplos de los principales contenidos del Tema I, que sirven de complemento a los que se presentan en el libro de texto.

1.4.1. El sistema decimal

El sistema decimal es un sistema posicional, es decir, el valor de un digito depende de su posición. Por ejemplo, en el número 548,56 cada uno de los dígitos tiene un valor posicional: unidades, decenas, centenas, décimas y centésimas (ver Cuadro 3).

Cuadro 3

Valor de los digitos de una cifra según su posición

Dígito	Valor posicional	Valor exponencial
5	100	10^2
4	10	10^1
8	1	10^0
5	$\frac{1}{10}$	10^{-1}
6	$\frac{1}{100}$	10^{-2}

Dos posible formas de representar el número decimal dado son:

- Forma posicional:

$$548{,}56 = 5 \times 100 + 4 \times 10 + 8 \times 1 + 5 \times \frac{1}{10} + 6 \times \frac{1}{100}$$

- Forma exponencial:

$$548{,}56 = 5 \times 10^2 + 4 \times 10^1 + 8 \times 10^0 + 5 \times 10^{-1} + 6 \times 10^{-2}$$

Cualquiera de las dos representaciones anteriores resultan muy útiles en los otros sistemas de numeración, ya que al realizar el proceso de representar el número en forma posicional o exponencial se obtiene su equivalente decimal.

1.4.2. *El sistema binario*

En el sistema de numeración de base dos, todos los números se componen únicamente con los dígitos 0 y 1 (cero y uno). Este es uno de los sistemas más importantes en cuanto a su aplicación en los sistemas digitales, se trata de un sistema posicional.

1.4.2.1. Ejemplos de conversión en el sistema binario

Convertir el número $1100{,}01_{(2)}$ a decimal

Para realizar la conversión del número se utiliza el desarrollo de potencias, tomando como base el 2.

$$1100{,}01 = 1 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 0 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2}$$

$= 1 \times 8 + 1 \times 4 + 0 \times 2 + 0 \times 1 + 0 \times 0{,}5 + 1 \times 0{,}25$

$= 8 + 4 + 0{,}25$

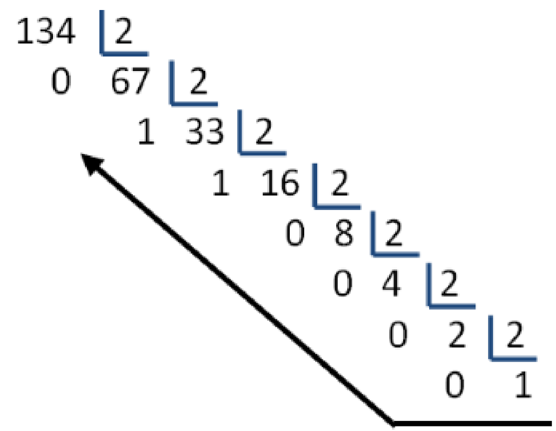
$= 12{,}25$

Note que el número 12,25 no tiene base. Esto se debe a que a los números decimales no se les debe indicar ningún subíndice, al no tenerlo se entiende que se encuentra en sistema decimal.

1.4.2.2. Ejemplo de conversión decimal a binario

Convertir el número 134 de decimal al sistema de numeración binario

Para este ejemplo, se utilizará el método de división por "escalera", proceso de divisiones sucesivas, donde los residuos y el último cociente de la división darán como resultado el número binario equivalente.



Respuesta: El número 134 equivale a $10000110_{(2)}$

Note que se dividió por 2. Esto se debe a que el sistema al cual queremos convertir es binario y su base es 2. Se tomó el último cociente de la última división y luego los residuos de la división, de abajo hacia arriba.

De igual forma se procede para convertir números decimales a otras bases: se divide de manera sucesiva por el número que corresponde a la base deseada.

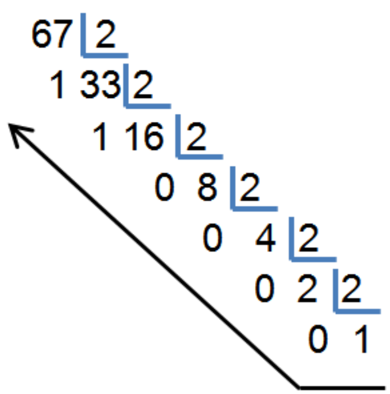
La respuesta tiene un subíndice que indica la base en que está el número. En caso de que se omita este subíndice, la respuesta estaría incorrecta pues no sería un número binario.

1.4.2.3. Conversión de un número con decimales a binario

Convertir el número 67, 82 a binario

Para realizar este proceso, se debe trabajar de forma independiente la parte entera del número (67) y la parte decimal (0,82); posteriormente, se unen ambos resultados para obtener el número binario resultante.

Primero, se realiza el proceso de divisiones sucesivas para el 67



De las operaciones anteriores se obtiene que 67 equivale a $1000011_{(2)}$.

Ahora, se trabaja la parte decimal, 0,82, a binario. Para esto, se utilizan las multiplicaciones sucesivas. Como recomendación, se realiza el proceso de la multiplicación el doble de veces del número de decimales que se tiene; en este caso, se hace 4 veces, lo que permite una aproximación más adecuada del número.

$0{,}82 \times 2 = 1{,}64$

$0{,}64 \times 2 = 1{,}28$

$0{,}28 \times 2 = 0{,}56$

$0{,}56 \times 2 = 1{,}12$

0,82 decimal equivale a $0{,}1101_{(2)}$

Uniendo los dos resultados obtenidos, se tiene que:

Respuesta: El número 67,82 equivale a $1000011{,}1101_{(2)}$

1.4.3. *EL SISTEMA OCTAL*

Este sistema utiliza los números del 0 al 7 para representar las distintas cantidades. Los únicos números posibles en este sistema son los números del 0 al 7, por ello, un número que contenga el 9, por ejemplo, no podría ser un número octal.

1.4.3.1. Conversiones de base en el sistema octal

Para convertir el sistema octal, y cualquier otro sistema de numeración, a decimal, se plantea el número en su forma exponencial y se llevan a cabo las operaciones indicadas hasta llegar al número decimal.

Para convertir de octal a binario, se puede pasar primero el número a decimal y luego a binario o se puede utilizar una tabla de conversión como la que se presenta en el Cuadro 4.

Cuadro 4
Tabla de conversión de Octal a Binario

Octal	Binario
0	000
1	001
2	010
3	011
4	100
5	101
6	110
7	111

Note que la tabla nos brinda una equivalencia entre el número octal y binario. También, si desea comprobar la veracidad de esta tabla, basta con dividir de manera sucesiva los números octales por la base del sistema binario (base dos).

1.4.3.2. Ejemplo de conversión de número decimal a octal

Convertir 60,33 a octal

Primero se trabaja con la parte entera del número:

$$\begin{array}{r|l} 60 & 8 \\ \hline 4 & 7 \end{array}$$

Respuesta: El número 60 decimal corresponde a 74 octal.

Note que se realizó la división por la base del sistema octal (8). Recuerde que el resultado de la división se toma de izquierda a derecha.

Luego, se trabaja la parte decimal del número, multiplicando por la base (8) y tomando la parte entera del valor decimal resultante. Recuerde que la parte entera de un número es la cantidad a la izquierda de la coma.

0,33 × 8 = **2**,64

0,64 × 8 = **5**,12

0,12 × 8 = **0**,96

0,96 × 8 = **7**,68

Los números destacados en negrita corresponden a la parte entera de los valores dados por la multiplicación. Para expresar el resultado, se toman en el orden de arriba hacia abajo.

Se tiene que el valor 0,33 decimal corresponde al valor 0,2507 en el sistema de numeración octal.

Respuesta: El número 60,33 decimal corresponde a $74{,}2507_{(8)}$.

1.4.3.3. Ejemplo de conversión de binario a octal utilizando la tabla

Convierta el número $43,22_{(8)}$ a binario utilizando para ello la tabla de conversión

Respuesta: $100011,010010_{(2)}$

1.4.4. *Sistema hexadecimal (base 16)*

Este sistema utiliza 16 símbolos, entre números {0,1,2,3,4,5,6,7,8,9} y letras mayúsculas {A,B,C,D,E,F}, de tal forma que los números del 10 al 15 se representan como se muestra en el Cuadro 5:

Cuadro 5
Representación de los números del 10 al 15 en base 16

Letra	Equivalencia
A	10
B	11
C	12
D	13
E	14
F	15

La equivalencia anterior de números y letras resulta muy útil cuando se requiere realizar una conversión.

1.4.4.1. Ejemplo de conversión hexadecimal a decimal

Convertir el número $16A2_{(16)}$ a decimal

$$1 \times 16^3 + 6 \times 16^2 + \underbrace{10 \times 6^1}_{A=10} + 2 \times 16^0 =$$

$$1 \times 4096 + 6 \times 256 + 10 \times 16 + 2 \times 1 =$$
$$4096 + 1536 + 160 + 2 =$$
$$5794$$

Respuesta: El número $16A2_{(16)}$es 5794 en decimal.

1.4.4.2. Ejemplo de conversión hexadecimal a binario

Convertir el número $678,67_{(16)}$ a binario haciendo uso de la tabla de conversión.

En el Cuadro 6 se presenta la tabla de equivalencia.

Cuadro 6
Tabla de conversión de Hexadecimal a Binario

Hexadecimal	Binario
0	0000
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
A	1010
B	1011
C	1100
D	1101
E	1110
F	1111

Utilizando la tabla anterior se tiene que el número $678{,}67_{(16)}$, equivale a:

$$11001111000{,}01100111_{(2)}$$

1.4.5. Operaciones entre sistemas de numeración

Para realizar las operaciones, solo se puede hacer con números que tengan la misma base numérica. Estas se realizan siguiendo las reglas usuales del sistema decimal, solamente se debe cuidar que los números resultantes durante el proceso correspondan a la base con la cual se está trabajando.

Solo se trabajarán las operaciones de suma y multiplicación

1.4.5.1. Ejemplo de suma entre números hexadecimales

Realice $45B29_{(16)} + 803_{(16)}$

Para iniciar la suma se colocan los números en dos filas y se ordenan en forma de columnas de manera tal que exista correspondencia entre unidades, decenas, centenas y los demás dígitos.

Paso 1: 9 + 3 = 12, como 12 es un número del sistema hexadecimal, se coloca su equivalencia: 12 = **C**.

$$\begin{array}{r} 45B29_{(16)} \\ +\ \ 803_{(16)} \\ \hline C \end{array}$$

Paso 2: 2 + 0 = 2, se coloca el **2.**

$$\begin{array}{r} 45B29_{(16)} \\ +\ \ 803_{(16)} \\ \hline 2C \end{array}$$

Paso 3: B + 8, recuerde que B = 11 en el sistema de numeración hexadecimal, por tanto

$$B + 8 = 11 + 8 = 19$$

Como 19 no es un número válido en el sistema hexadecimal, se realiza una pequeña conversión, al dividir 19 entre 16, cabe una vez y sobran 3 unidades, por tanto 19 decimal = $13_{(16)}$. Se coloca un **3** y se lleva **1**, para sumarlo en la siguiente columna.

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 1 \\ 45B29_{(16)} \\ +\ \ 803_{(16)} \\ \hline 32C \end{array}$$

Paso 4: 5 + 1 = 6

$$\begin{array}{r} \scriptstyle 1 \\ 45B29_{(16)} \\ +\ \ 803_{(16)} \\ \hline 632C \end{array}$$

Paso 5: Se baja el 4 y se obtiene el resultado final.

$$\begin{array}{r} 45B29_{(16)} \\ +\ \ 803_{(16)} \\ \hline 4632C_{(16)} \end{array}$$

1.4.5.2. Ejemplo de suma entre números binarios

Realice 111,01$_{(2)}$ + 10,11$_{(2)}$

Paso 1: se ordenan las cantidades, se toma como referencia la coma decimal (,).

$$\begin{array}{r} 111{,}01_{(2)} \\ \underline{+10{,}11_{(2)}} \end{array}$$

Paso 2: 1 + 1 = 2, convirtiendo 2 decimal a binario se obtiene que 2 = 10$_{(2)}$. Se coloca un **0** y se lleva **1** a sumar a la siguiente columna.

$$\begin{array}{r} 1\phantom{0_{(2)}} \\ 111{,}01_{(2)} \\ \underline{+10{,}11_{(2)}} \\ 0\phantom{_{(2)}} \end{array}$$

Paso 3: se suma la siguiente columna de izquierda a derecha, 1 + 1 = 2, convirtiendo 2 decimal a binario se obtiene que 2 = 10$_{(2)}$. Se coloca un **0** y se lleva **1** a sumar a la siguiente columna. También se baja la coma decimal de forma vertical.

$$\begin{array}{r} 1\;1\phantom{00_{(2)}} \\ 111{,}01_{(2)} \\ \underline{+10{,}11_{(2)}} \\ {,}00_{(2)} \end{array}$$

Paso 4: se suma la siguiente columna de izquierda a derecha, 1+1=2, convirtiendo 2 decimal a binario se obtiene que 2=10$_{(2)}$. Se coloca un **0** y se lleva **1** a sumar a la siguiente columna. También se baja la coma decimal de forma vertical.

$$\begin{array}{r} 1\;1\;1\phantom{0_{(2)}} \\ 111{,}01_{(2)} \\ \underline{+10{,}11_{(2)}} \\ 0{,}00_{(2)} \end{array}$$

Paso 5: ahora se debe sumar 1 + 1 + 1 = 3, 3 decimal equivale a 11 binario. Por tanto, se escribe 1 y se lleva 1.

$$\begin{array}{r} 1\;1\;\;1\phantom{0_{(2)}} \\ 111{,}01_{(2)} \\ \underline{+10{,}11_{(2)}} \\ 10{,}00_{(2)} \end{array}$$

Paso 6: Para finalizar, se suma la siguiente columna de izquierda a derecha, 1+1=2, convirtiendo 2 decimal a binario se obtiene que $2=10_{(2)}$. Se coloca 10 completo.

$$
\begin{array}{r}
{\scriptstyle 11\;11} \\
111{,}01_{(2)} \\
+\;\;10{,}11_{(2)} \\
\hline
1010{,}00_{(2)}
\end{array}
$$

Como resultado final de la operación se tiene:

Respuesta: $1010_{\ (2)}$

1.4.5.3. Ejemplo de multiplicación entre números binarios

Para realizar la multiplicación entre números de bases diferentes a decimal, se debe verificar que ambos se encuentren en el mismo sistema de numeración. Luego, se siguen las reglas de la multiplicación.

Realice $101{,}1_{(2)}$ x $10{,}1_{(2)}$

Paso 1: se colocan los dos números en forma de filas para iniciar la operación.

$$
\begin{array}{l}
101{,}1_{(2)} \\
\text{x}10{,}1_{(2)} \\
\hline
\end{array}
$$

Paso 2: se inicia la multiplicación, 1 x 1 = 1

$$
\begin{array}{r}
101{,}1_{(2)} \\
\text{x}10{,}1_{(2)} \\
\hline
1\phantom{_{(2)}}
\end{array}
$$

Paso 3: continuando la multiplicación en la primera fila, se mantendrán los mismos dígitos del primer factor (101,1), ya que se está multiplicando por 1.

$$
\begin{array}{l}
101{,}1_{(2)} \\
\text{x}10{,}1_{(2)} \\
\hline
1011
\end{array}
$$

Paso 4: ahora se multiplica por 0 el primer factor y se obtiene una fila de ceros, como se muestra a continuación. Se debe cuidar también que la segunda fila que se obtiene tenga un espacio vacío de derecha a izquierda; para mostrarlo se presenta un guion bajo con el fin de reconocer el espacio.

$$\begin{array}{r} 101{,}1_{(2)} \\ \text{x}10{,}1_{(2)} \\ \hline 1011 \\ 0000\_ \end{array}$$

Paso 5: multiplicando por el último dígito del segundo factor, que corresponde a un 1 se obtiene el primer factor de manera idéntica.

$$\begin{array}{r} 101{,}1_{(2)} \\ \text{x}10{,}1_{(2)} \\ \hline 1011 \\ 0000\_ \\ 1011\_ \\ \hline \end{array}$$

Paso 6: se suman las filas obtenidas con el cuidado de que los números resultantes deben pertenecer al sistema binario. Recuerde que $1_{(2)}+1_{(2)}=10_{(2)}$ y que $1_{(2)}+1_{(2)}+1_{(2)}=11_{(2)}$

6.1

$$\begin{array}{r} 101{,}1_{(2)} \\ \text{x}10{,}1_{(2)} \\ \hline 1011 \\ 0000\_ \\ 1011\_ \\ \hline 1 \end{array}$$

6.2

$$\begin{array}{r} 101{,}1_{(2)} \\ \text{x}10{,}1_{(2)} \\ \hline 1011 \\ 0000\_ \\ 1011\_ \\ \hline 11 \end{array}$$

6.3

$$\begin{array}{r} 101,1_{(2)} \\ \times 10,1_{(2)} \\ \hline 1011 \\ 0000\_ \\ 1011\_ \\ \hline 111 \end{array}$$

6.4

$$\begin{array}{r} 101,1_{(2)} \\ \times 10,1_{(2)} \\ \hline {}_{1}1011 \\ 0000\_ \\ 1011\_ \\ \hline 0111 \end{array}$$

6.5

$$\begin{array}{r} 101,1_{(2)} \\ \times 10,1_{(2)} \\ \hline {}_{1}1011 \\ 0000\_ \\ 1011\_ \\ \hline 10111 \end{array}$$

6.6

$$\begin{array}{r} 101,1_{(2)} \\ \times 10,1_{(2)} \\ \hline 1011 \\ 0000\_ \\ 1011\_ \\ \hline 110111 \end{array}$$

Paso 7: para colocar la coma decimal resultante se deben contar los espacios decimales que tiene cada factor en la multiplicación. Note que cada uno tiene un espacio: 101,**1**$_{(2)}$ y 10,**1**$_{(2)}$, por tanto, son dos espacios que se deben contar de derecha a izquierda en el número resultante de la multiplicación, como se muestra a continuación.

$$\begin{array}{r} 101,1_{(2)} \\ \times 10,1_{(2)} \\ \hline {}_{1}1011 \\ 0000\_ \\ 1011\_ \\ \hline 1101,11_{(2)} \end{array}$$

Respuesta: $101,1_{(2)} \times 10,1_{(2)} = 1101,11_{(2)}$

EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

A continuación se proponen algunos ejercicios de autoevaluación que le servirán para valorar la comprensión del tema, se recomienda resolverlos antes de comparar con las respuestas.

1. *Coloque el desarrollo de potencia de cada uno de los siguientes números de diferentes bases de numeración:*

Ejemplo:

$3A2{,}21_{(16)} = 3 \times 16^{2} + 10 \times 16^{1} + 2 \times 16^{0} + 2 \times 16^{-1} + 1 \times 16^{-2}$

Recuerde que A en el sistema de numeración hexadecimal corresponde a 10.

a. $6C4{,}3_{(16)} =$

b. $1001{,}011_{(2)}=$

c. $12{,}13=$

2. *Realice las siguientes conversiones de base:*

a. $5D2_{(16)}$ a decimal

b. 12,13 decimal a binario

c. $67,2_{(8)}$ a binario

Nota: Para pasar de octal a binario, primero se debe pasar a decimal y luego de decimal a binario. Sin utilizar la tabla de conversión no se puede realizar la conversión directa.

d. $471_{(8)}$ a decimal

e. $10,01_{(2)}$ a hexadecimal (para este caso recuerde que debe realizar dos pasos, primero la conversión de binario a decimal y luego de decimal a hexadecimal)

f. 67,2a binario

3. *Realice las siguientes operaciones:*

a. $111{,}101_{(2)} + 10{,}01_{(2)} =$

b. $12_{(8)} \times 46_{(8)} =$

c. $1011{,}101_{(2)} \times 1{,}01_{(2)} =$

d. $3B2_{(16)} + 15D_{(16)} =$

e. $1010{,}011_{(2)} + 101{,}101_{(2)} =$

RESPUESTA A LOS EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

1. *Coloque el desarrollo de potencia de cada una de los siguientes números de diferentes bases de numeración:*

    1. $6C4,3_{(16)} = 6 \times 16^{2} + 12 \times 16^{1} + 4 \times 16^{0} + 3 \times 16^{-1}$
       Nota: Recuerde que C en el sistema de numeración hexadecimal corresponde a 12.

    2. $1001,011_{(2)}= 1 \times 2^{3} + 0 \text{ x } 2^{2} + 0 \times 2^{1} + 1 \times 2^{0} + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} + 1\times 2^{-3}$

    3. $12,13= 1 \times 10^{1} + 2 \times 10^{0} + 1\times 10^{-1} +3 \times 10^{-2}$

2. *Realice las siguientes conversiones de base:*
    a. $5D2_{(16)}$ a decimal = $5 \times 16^{2} + \mathbf{D} \times 16^{1} + 2 \times 16^{0} = 1490$
       Nota: **D** = 13

    b. 12,13 decimal a binario = $1100,0010_{(2)}$
       Nota: para esta conversión se debe utilizar la división sucesiva de la parte entera (12). Esta división es por el número 2, dado que se desea llegar a la base binaria.

       Para la parte decimal (0,13), se utiliza el método del producto por 2, dado que es la base a la cual se debe llegar.

    c. $67,2_{(8)}$ a binario= $110111,0011_{(2)}$
       Nota: **e**sta conversión se hace por dos pasos. El primero es pasar $67,2_{(8)}$, a la base decimal lo cual equivale a 55,2. Luego, este número decimal se convierte a binario. No es posible pasar directamente un número octal a binario sin pasar por el sistema decimal.

d. $471_{(8)}$ a decimal.

Nota: En este caso se utiliza el desarrollo de potencia del número octal para obtener su equivalente decimal.

$$471_{(8)} = 4 \times 8^2 + 7 \times 8^1 + 1 \times 8^0 = 4 \times 64 + 7 \times 8 + 1 \times 1 = 256 + 56 + 1 = 313$$

e. $10,01_{(2)}$ a hexadecimal (para este caso recuerde, que debe realizar dos pasos, primero la conversión de binario a decimal y luego de decimal a hexadecimal).

Paso 1: se convierte el número binario a decimal, por medio del desarrollo de potencias.

$$10,01_{(2)} = 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} = 1 \times 2 + 0 \times 1 + 0 \times 0,5 + 1 \times 0,25 = 2,25$$

Ahora este número decimal se pasa a hexadecimal.

Paso 2: 2,25 decimal a hexadecimal

Al hacer la conversión, la parte entera, el 2, se mantiene en el dígito de las unidades. Ahora, procede convertir la parte decimal (0,25) a hexadecimal. Esto se hace por medio de las multiplicaciones sucesivas.

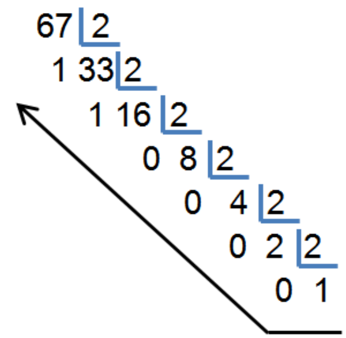
$$0,25 \times 16 = 4$$

Nota: se multiplica por 16, ya que es la base que se desea obtener. La multiplicación se realiza solo una vez, porque la cantidad obtenida carece de decimal.

Respuesta: el resultado de la conversión es $2,4_{(16)}$

f. 67,2 a binario.

Para convertir este número a binario, se trabaja el ejercicio en dos partes. La parte entera, 67, por medio de las divisiones sucesivas y luego, la parte decimal, 0,2, a través de las multiplicaciones sucesivas.



Luego de las divisiones sucesivas se obtiene que 67 decimal corresponde a $1000011_{(2)}$.

Ahora, para la parte decimal se trabajó con el proceso de multiplicaciones sucesivas, multiplicando por la base a la cual deseamos llegar (2).

$$\begin{array}{l|l} 0{,}2 \times 2= & \mathbf{0}{,}4 \\ 0{,}4 \times 2= & \mathbf{0}{,}8 \\ 0{,}8 \times 2= & \mathbf{1}{,}6 \\ 0{,}6 \times 2= & \mathbf{1}{,}2 \end{array}$$

0,2 decimal equivale a $0{,}0011_{(2)}$

Respuesta: $67{,}2 = 1000011{,}0011_{(2)}$

3. *Realice las siguientes operaciones:*
   a. $111{,}101_{(2)} + 10{,}01_{(2)} = 1001{,}111_{(2)}$

   Para realizar esta suma, primero se deben colocar los números de manera alineada de la siguiente forma:

$$
\begin{array}{r}
111{,}101_{(2)} \\
+\ \ 10{,}01_{(2)} \\
\hline
1001{,}111_{(2)}
\end{array}
$$

   Nota: recuerde alinear ambos números tomando como referencia la coma. Por otra parte, debe tomar en cuenta las reglas de suma del sistema decimal, con la salvedad que al sumar solo puede colocar resultados binarios, por ejemplo 1+1=2, pero 2 en binario es 10, por tanto, se coloca el 0 y se lleva un 1.

   b. $12_{(8)} \times 46_{(8)} = 574_{(8)}$

   Nota: se realiza la multiplicación siguiendo las reglas usuales del sistema decimal.

   En este caso, se debe tener cuidado de colocar solamente dígitos que correspondan al sistema octal, por ejemplo al multiplicar 6 × 2 = 12, 12 equivale a 14 en octal, por tanto se coloca el 4 y se lleva 1, o bien cuando se multiplica 4 × 2 = 8, 8 equivale a 10 en octal.

$$
\begin{array}{r}
12_{(8)} \\
\times\ 46_{(8)} \\
\hline
74\phantom{_{(8)}} \\
50\phantom{4_{(8)}} \\
\hline
574_{(8)}
\end{array}
$$

   Recuerde dejar un espacio luego de cada producto. Note que en la fila donde se coloca el producto de 4 por 12, se coloca 50 un espacio hacia la izquierda.

c. 1011,101(2) × 1,01(2) =

$$
\begin{array}{r}
1011{,}101_{(2)} \\
\times \quad 1{,}01_{(2)} \\
\hline
1011101 \\
0000000 \\
1011101 \\
\hline
1110{,}10001_{(2)}
\end{array}
$$

d. $3B2_{(16)}$ + $15D_{(16)}$ =

$$
\begin{array}{r}
3B2_{(16)} \\
+15D_{(16)} \\
\hline
50F_{(16)}
\end{array}
$$

e. $1010{,}011_{(2)}$ + $101{,}101_{(2)}$ =

$$
\begin{array}{r}
010{,}011_{(2)} \\
+101{,}101_{(2)} \\
\hline
10000{,}000_{(2)}
\end{array}
$$

Lista de referencias recomendadas

A continuación algunos vínculos útiles para ampliar en el tema.

1. Explicación sobre la suma binaria:

   http://www.asifunciona.com/informatica/af_binario/af_binario_5.htm

2. Calculadora para realizar las conversiones de base:

   http://wims.unice.fr/wims/es_tool~number~baseconv.es.html

3. Video explicativo sobre cómo convertir un número hexadecimal en uno decimal:

   http://www.youtube.com/watch?v=3GSg9vd1zFg

4. Video explicativo sobre el sistema binario:

   http://www.youtube.com/watch?v=eg6HH3pBJ_8

Actividad virtual

Revise la actividad evaluada propuesta para este tema en la plataforma, le servirá para reforzar mejor los contenidos y aplicar lo aprendido.

Actividad adicional de investigación

¿Sabías que el sistema de numeración binario fue creado mucho antes de la exitencia de sistemas digitales y computaciones?

Investigue sobre quién realizó su desarrollo y cuándo lo hizo.

CAPÍTULO 2 MÉTODOS DE CONTEO

SUMARIO

- Método de la suma y el producto.
- Combinaciones.
- Permutaciones.

SÍNTESIS

Los métodos de conteo permiten resolver problemas en el ámbito de la informática, además de aplicaciones de la vida cotidiana.

OBJETIVO

Durante el estudio de este capítulo, entre otras habilidades, usted será capaz de:

> Adquirir las nociones básicas de los métodos de conteo y su procedimiento de aplicación para la resolución de diferentes aplicaciones.

2. MÉTODOS DE CONTEO

2.1. INTRODUCCIÓN

Los métodos de conteo permiten resolver situaciones donde debemos conocer las posibilidades, por ejemplo, de una contraseña, o bien diferentes acomodos de objetos; todo esto sin la necesidad de obtener el total de opciones.

2.2. GUÍA DE LECTURA PARA EL MATERIAL DE ESTUDIO

A continuación, en el Cuadro 7, se presenta la lista de los temas a desarrollar, con sus respectivos números de página del libro de texto.

Cuadro 7
Temas a estudiar en el capítulo II

Capítulo	Secciones	Páginas
II.	**Métodos de conteo**	
	2.1 Introducción	42
	2.2 Principios fundamentales del conteo	42-45
	2.3 Permutaciones	46-52
	2.4 Combinaciones	52-56
	2.7 Aplicaciones	64
	Ejercicios del 2.1 al 2.16	64-67

2.3. Conceptos claves

A continuación algunos conceptos claves que le facilitarán el aprendizaje de los contenidos propuestos:

combinación: Son los distintos grupos que se pueden conformar de n objetos sin que el orden en que se seleccionan estos sea importante.

factorial de un número (*n*!): Es el producto de los números enteros positivos desde 1 hasta n. Por definición $0! = 1$ y $1! = 1$.

permutación: Es la forma de ordenar un conjunto de objetos, donde cada ordenamiento se considera diferente.

permutación circular: Forma de ordenar un conjunto de objetos alrededor de un círculo. En este tipo de permutación la distinción se da en la forma en que quedan ordenados los objetos respecto a los otros y no al círculo mismo.

principio de la suma (aditivo): Cuando dos acciones pueden realizarse de formas distintas y estas no pueden ocurrir simultáneamente, entonces las posibilidades totales son la suma de ambas.

principio del producto o multiplicación (conteo): Si dos acciones se pueden desarrollar de formas distintas, la combinación de ambas se obtiene como un producto de las formas en que se pueden realizar.

2.4. Información complementaria

A continuación se desarrollan los contenidos del Tema II.

2.4.1. Principio fundamental del producto

Ejemplo:

Se requiere hacer un código para un producto compuesto por una letra y un símbolo, letras {a,b,c} y los símbolos {#,@,*}, donde la letra debe estar de primera y el símbolo de segundo. ¿Cuántos códigos se pueden obtener?

Respuesta: Utilizando la regla del producto, se tiene que la cantidad de códigos viene dado por $3 \times 3 = 9$

2.4.2. Principio de la suma

Ejemplo:

Si hay 4 empresas de envío que hacen entregas diarias entre San José y Guanacaste por vía aérea y otras 6, que de igual manera, hacen entregas de San José a Guanacaste, pero por vía terrestre, ¿de cuántas maneras se puede hacer un envió de San José a Guanacaste?.

Respuesta: $4 + 6 = 10$, es decir se puede hacer el envío de 10 maneras distintas.

Nota: observe que los eventos son independientes pues solo se selecciona una empresa.

2.4.3. Factorial de un número

Ejemplos:

- $0!=1$
- $1!=1$
- $3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$
- $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$

2.4.4. PERMUTACIÓN

A continuación las fórmulas para el tema de las permutaciones, cada una tiene una descripción sobre su uso (Cuadro 8).

Cuadro 8
Fórmulas para las permutaciones

Tipo de permutación	Fórmula
1. Para arreglos de tamaño r, donde $r \leq n$ con repetición.	$P(n, r) = n^r$
2. Para arreglos de tamaño $r = n$, sin repetición.	$P(n, r) = n!$
3. Para arreglos de tamaño $r=n$, sin repetición en forma circular.	$P(n, r) = (n - r)!$
4. Para arreglos de tamaño $r \leq n$, sin repetición.	$P(n, r) = \frac{n!}{(n - r)!}$
5. Para arreglos de n objetos donde t_1 es de una clase, t_2 de otra y hasta t_k, donde $t_1+t_2+...+t_k = n$	$P(n, r) = \frac{n!}{t_1! \times t_2! \ldots t_k!}$

Para representar una permutación, se suelen utilzar diferentes notaciones. Por ejemplo, la permutación de n objetos tomados de r en r, es P(n, r), pero también se puede representar en las siguientes formas: P_r^n y $P_{n,\ r}$.

2.4.4.1. Ejemplo de permutación

Hay cuatro candidatos postulados para el mismo puesto. Para que la posición en las boletas de votación no influya en los votantes, es necesario imprimir las boletas con los nombres en todos los órdenes posibles. ¿Cuántas boletas diferentes habrá?

Un ordenamiento de los objetos, como los nombres en las boletas, se llama permutación. Esto se debe a que el orden, en este caso, es importante.

$$P(4, 4) = 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$$

2.4.5. Combinaciones

La combinación corresponde a todo arreglo de elementos, donde no importa la posición que ocupa el elemento en el arreglo.

A continuación, la fórmula de la combinación:

$$C(n,r) = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

De igual manera, ocurre con las combinaciones, la combinación de n objetos tomados de r en r, es C(n,r), pero también se puede representar en las siguientes formas: C_r^n y $C_{n,r}$.

2.4.5.1. Ejemplo de combinación

¿De cuántas maneras se puede seleccionar un comité de tres a partir de un grupo de 10 personas diferentes?

Note que en este caso no importa el orden, por tanto, es un problema que resuelven las combinaciones.

Se tiene que n = 10 y r = 3

$$C(n,r) = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

$$C(10,3) = \frac{10!}{3!\,(10-3)!}$$

$$C(10,3) = \frac{10!}{3! \times 7!}$$

$$C(10,3) = 120$$

Por tanto, se pueden seleccionar 120 grupos de tres personas diferentes, sin que el orden de selección haga diferencia entre ellos.

EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

A continuación se proponen algunos ejercicios de autoevaluación que le servirán para valorar la comprensión del tema. Se recomienda resolverlos antes de revisar la respuesta.

1. *Se desea etiquetar los casilleros de los alumnos del Colegio Técnico Profesional de Acosta y, para ello, se estableció que cada etiqueta puede estar marcada con un solo dígito, una sola letra, la combinación dígito-letra o bien, la combinación letra-dígito. Bajo estas condiciones, ¿cuántas etiquetas distintas se pueden formar si aplica el principio del producto y el de la adición?*

2. *Suponga que hay doce prendas en la vitrina de una boutique de ropa femenina; de acuerdo con ello determine lo siguiente:*

a. Permutaciones para arreglos de tamaño n = r con repetición.

b. Permutaciones para arreglos de tamaño n = r sin repetición

c. Permutaciones para arreglos de tamaño r = 5 sin repetición

d. Combinaciones para arreglos de tamaño r = n

e. Combinaciones para arreglos de tamaño r = 5

3. *En un banco hay 4 cajeros y 27 clientes que desean usar los servicios que brinda el banco. ¿Cuántas son las posibilidades de arreglos que se pueden formar entre cajeros y clientes?*

4. *En un restaurante hay 7 meseros y 12 mesas con clientes que desean cenar. ¿Cuántas son las posibilidades de arreglos que se pueden formar entre meseros y mesas?*

5. *En una universidad hay 23 carreras, cada una de ellas brinda por semestre 4 materias: A, B, C ; y es necesario crear los planes de una carrera para un semestre. Supóngase que se selecciona curso por curso para formar los planes por semestre y, lógicamente, entre planes no puede haber cursos repetidos. ¿Cuántos planes se forman para las 23 carreras por semestre?*

RESPUESTA A LOS EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

A continuación se propone la solución a los ejercicios. Contrástelos con los procedimientos que usted realizó.

1. *Etiquetas de los casilleros de los alumnos del Colegio Técnico Profesional de Acosta.*

   Se desglosa cada caso y luego se obtendrá el total:

   a. Un solo dígito: 9, solo 9 dígitos, ya que no se utiliza el cero para enumerar el primer casillero.
   b. Una sola letra: 26
   c. Combinación de dígito y letra: 9 x 26 = 234. En este caso, se toma solo 9 dígitos, ya que el cero al inicio no tendría validez y se convertiría en el caso anterior.
   d. Combinación de letra y dígito: 26 x 10 = 260
   e. Para obtener el total, se suman todos los casos anteriores:

$$9 + 26 + 234 + 260 = 529$$

2. *Suponga que hay doce prendas en la vitrina de una boutique de ropa femenina; de acuerdo con ello determine lo siguiente:*

   a. Permutaciones para arreglos de tamaño n = r con repetición.

      $P(n, r) = n^r$, donde n = 12 y r = 12

      $P(12, 12) = 12^{12} = 8{,}91 \times 10^{12}$

   b. Permutaciones para arreglos de tamaño n = r sin repetición.

      $P(n, r) = n!$

      $P(12, 12) = 12! = 479.001.600$

   c. Permutaciones para arreglos de tamaño r = 5 sin repetición

      $P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$, donde n = 12 y r = 5

      $P(12, 5) = \frac{12!}{(12-5)!} = 95.040$

d. Combinaciones para arreglos de tamaño r = n.

$$P(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!}$$

$$P(12{,}12) = \frac{12!}{12!(12-12)!} = 1$$

e. Combinaciones para arreglos de tamaño r = 5.

$$P(n, r) = \frac{n!}{r!(n-r)!} \text{ , donde n = 12 y r = 5}$$

$$P(12, 5) = \frac{12!}{5!(12-5)!} = 792$$

3. *En un banco hay 4 cajeros y hay 27 clientes que desean usar los servicios que brinda el banco. ¿Cuántas son las posibilidades de arreglos que se pueden formar entre cajeros y clientes?*

En este caso, el orden es importante, por ello se utiliza la permutación

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P(27, 4) = \frac{27!}{(27-4)!} = 421.200$$

4. *Posibilidades de arreglos que se pueden formar entre meseros y mesas en un restaurante.*

En este caso el orden es muy importante debido que no es lo mismo que Juan atienda la mesa 1 o que atienda la mesa 12. Por este motivo se utiliza la permutación.

$$P(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P(12,7) = \frac{12!}{(12-7)!} = 3.991.680$$

Por tanto para esta situación existen 3.991.680 permutaciones diferentes.

5. *Planes de estudio que se pueden formar para las 23 carreras por semestre.*

En este caso no importa el orden, ya que por semestre se tendrán bloques de materias para cada carrera, dichas materias se cursan de forma simultánea. Debido a que el orden de las materias para cada carrera no es importante, el problema se resuelve con la ayuda de las combinaciones.

$$C(n, r) = \frac{n!}{r!\,(n-r)!}$$

$$C(23,4) = \frac{23!}{4!\,(23-4)!} = 8.885$$

Lista de referencias recomendadas

A continuación algunos vínculos útiles para ampliar en el tema.

1. El siguiente vínculo es útil para distinguir entre permutación y combinación, se recomienda su revisión hasta donde empieza la sección “Triángulo de Pascal”. De ahí en adelante, no se tomará en cuenta, pues no se evalúan en el curso dichos tópicos.

   http://www.disfrutalasmatematicas.com/combinatoria/combinaciones-permutaciones.html

Actividad virtual

Revise la actividad evaluada propuesta para este tema en la plataforma. Servirá para reforzar mejor los contenidos y aplicar lo aprendido.

ACTIVIDAD ADICIONAL DE INVESTIGACIÓN

¿Sabías que los métodos de conteo que se circunscriben dentro del área de matemática de la combinatoria permiten estudiar un fenómeno de una manera más ágil? En lugar de contar cada posibilidad podemos determinar con exactitud su número.

Investiga sobre algunas aplicaciones cotidianas, como las contraseñas o pines para diferentes servicios en internet.

Por ejemplo, en el siguiente enlace podrá corroborar como la fortaleza de una contraseña cambian en función de los tipos de caracteres que incluyamos, pues varía la cantidad de posibilidades para éstas: http://password.es/comprobador/.

CAPÍTULO 3 TEORÍA DE CONJUNTOS

SUMARIO

- Definición de conjunto.
- Unión e intersección de conjuntos.
- Subconjuntos.
- Relaciones de inclusión.
- Diferencia entre conjuntos

SÍNTESIS

La teoría de conjuntos permitirá reconocer la notación de conjuntos y aplicar las operaciones entre conjuntos así como las relaciones de inclusión.

OBJETIVO

Durante el estudio de este capítulo, entre otras habilidades, usted será capaz de:

Adquirir los principios fundamentales que explican la teoría de conjuntos para la realización de operaciones entre conjuntos.

3. TEORÍA DE CONJUNTOS

3.1. INTRODUCCIÓN

Los conjuntos numéricos y la teoría de conjuntos permiten el uso de nomenclatura útil para la comprensión de temas posteriores. Se introducen conceptos básicos y se presentan algunas de las operaciones que se pueden realizar con estos.

3.2. GUÍA DE LECTURA PARA EL MATERIAL DE ESTUDIO

A continuación, en el Cuadro 9, se presenta la lista de los temas a desarrollar, con sus respectivos números de página del libro de texto.

Cuadro 9
Temas a estudiar en el capítulo III

Capítulo	Secciones	Páginas
III. Conjuntos		
	3.1 Introducción	74
	3.2 Concepto de cálculo	74-77
	3.3 Subconjuntos	78-79
	3.5.2 Intersección	82
	3.5.6 Diferencia	87
	3.9 Aplicación de teoría de conjuntos	101
	Ejercicios del 3.1 al 3.4	104-105

3.3. CONCEPTOS CLAVES

A continuación algunos conceptos claves que le facilitarán el aprendizaje de los contenidos propuestos:

cardinalidad de un conjunto: Cantidad de elementos de un conjunto. En este concepto es importante resaltar que los elementos no pueden ser repetidos.

conjunto: Colección de objetos.

conjuntos disjuntos: Son conjuntos que no tienen ningún elemento en común, su intersección es vacía. Por ejemplo, el conjunto de los números pares e impares es un conjunto disjunto, pues no tiene elementos en común; los números que los conforman son distintos en cada uno.

conjunto unitario: Conjunto que solo posee un elemento. Por ejemplo, el conjunto A = {1} es un unitario.

conjunto vacío: El conjunto que no posee elementos. Se puede representar de dos maneras: por medio de { } o bien con el símbolo Ø.

conjunto definido por extensión: Conjunto representado con sus elementos. Por ejemplo, B = {0, 1, 2, 3, 4,...}, resulta un conjunto infinito representado por extensión.

conjunto definido por comprensión: También se conoce como notación simbólica de un conjunto. Indica sus características en lugar de colocar directamente sus elementos. Por ejemplo, el conjunto C = {x/x, x es par}, es el conjunto de los números pares, representado por extensión.

conjunto de los números naturales ($\mathbb{N}$): El conjunto de los números naturales escrito por extensión es $\mathbb{N}$ = {0, 1, 2, 3, 4,...}

conjunto de los números enteros ($\mathbb{Z}$): El conjunto de los números enteros escrito por extensión es $\mathbb{Z} = \{...,-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,...\}$

El conjunto de los números enteros se puede dividir en tres conjuntos:

$$\mathbb{Z} = \mathbb{Z}^{-} \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}^{+}$$

$$\mathbb{Z}^{-} = \{...-4 ,-3 ,-2 ,-1\}$$

$$\mathbb{Z}^{+} = \{1, 2, 3, \dots\}$$

conjunto de los números racionales ($\mathbb{Q}$): Es un conjunto conformado por los números naturales, enteros y todos aquellos números que tienen una expansión decimal finita o infinita periódica. Algunas veces se conoce como el conjunto de los números fraccionarios.

Ejemplo de número racional con expansión finita → $\frac{1}{4} = 0,25$

Ejemplo de número racional con expansión de decimal infinita → $\frac{1}{3} = 0,333...$

conjunto de los números irracionales ($\mathbb{I}$): Conjunto conformado por los números que poseean una expansión decimal infinita y no periódica, significa que no posee un comportamiento predecible. Entre los ejemplos más comunes de números irracionales están:

π = 3,141592... (letra griega minúscula, pi)

e = 2,71828... (base da Napier, utilizada en la función exponencial y logaritmos)

$\sqrt{2} = 1,414213...$

conjunto de los números reales ($\mathbb{R}$): Conjunto formado por la unión de dos grandes conjuntos: los racionales ($\mathbb{Q}$) y los irracionales ($\mathbb{I}$)

conjunto universo: Es la todalidad de objetos que incluye aquellos con los cuales se está trabajando. Por lo general, se representa con la letra U. Además, este puede ser el conjunto de los números reales o bien algún otro conjunto que se indique.

complemento de un conjunto: El complemento de un conjunto A se representa con A´ o con A^c. Para poder obtener el complemento es necesario conocer el conjunto universo (U). El complemento del conjunto A resulta de extraer al universo todos los elementos de A. Por ejemplo, si el conjunto universo son los números naturales, y se tiene que A = {0, 1, 2}, A^c = {3, 4, 5, 6,…}

conjunto potencia de un conjunto: Es la cantidad de conjuntos que son subconjuntos de un conjunto dado. El conjunto potencia de un conjunto A se denota con P(A).

diagrama de Venn: Representación gráfica de uno dos o más conjuntos. Este tipo de representación facilita la comprensión de las diferentes operaciones entre conjuntos.

diferencia entre dos conjuntos: Se representa con el símbolo de resta (−). Se puede definir como una operación que primero requiere hacer la intersección entre dos conjuntos y, luego, extraerle al primer conjunto los elementos comunes. Por ejemplo, si A = {2, 4, 6} y B={4, 6, 8}, note que la intesección de A y B es A ∩ B = {4, 6}, por tanto, si quitamos al conjunto A la intersección, obtenemos que A− B = {2}

intersección de dos conjuntos: La intersección de conjuntos se representa con el símbolo ∩ y corresponde a todos los elementos que están en ambos conjuntos.Por ejemplo, si A = {2, 4, 6} y B = {4, 6, 8}, A ∩ B = {4, 6}

unión de dos conjuntos: La unión de conjuntos se presenta con el símbolo ∪ y corresponde a unir todos los elementos de dos conjuntos. Por ejemplo, si A ={2, 4, 6} y B = {4, 6, 8}, A ∪ B ={2, 4, 6, 8}

relaciones de inclusión: son las relaciones que se establecen entre conjuntos y elementos, para estos se suelen utilizar los siguientes símbolos:

Pertenece	$\in$
No pertenece	$\notin$
Subconjunto	$\subset$
No subconjunto	$\not\subset$

3.4. Información complementaria

A continuación se desarrollan los principales contenidos del Tema III.

3.4.1. Conjunto y representación

Un conjunto es una colección bien definida de objetos llamados miembros del conjunto.

Los conjuntos se nombran mediante letras mayúsculas y los elementos se encierran en llaves, es muy importante seguir esta notación.

Un conjunto puede representarse indicando sus elementos, esta es la notación por extensión.

Observe los siguientes ejemplos:

$$B = \{0, 1, 2\}$$

$$C = \{2, 3, 5, 7, 11, \ldots\}$$

Nota: observe que el conjunto B es un conjunto finito, es decir, tiene una cantidad limitada de elementos (3).

Por otra parte, el conjunto C, es infinito, debido a que es el conjunto de los números primos (el cual es infinito).Otra forma de ver este aspecto, son los puntos suspensivos (...), los cuales indican que un conjunto es infinito.

Un conjunto también se puede representar en forma abstracta o simbólica, por lo general, esta notación se llama notación por comprensión (ver Cuadro 10).

Cuadro 10
Notación por comprensión

Conjunto	Lectura de la representación simbólica
$\mathbf{D} = \{\mathbf{x} \,/\, \mathbf{x} \in \mathbb{N},\ \mathbf{x} < \mathbf{5}\}$	x tal que x pertenece al conjunto de los números naturales y x es menor que 5
$\mathbf{C} = \{\mathbf{x} \,/\, \mathbf{x} \in \mathbb{Z},\ \mathbf{x} \geq \mathbf{100}\}$	x tal que x pertenece al conjunto de los números enteros y x es mayor o igual que 100.

Algunas veces, la notación compleja nos permite simplificar la escritura de conjuntos con gran cantidad de elementos, pero para efectos de realizar las operaciones de conjuntos, es necesario pasar de notación compleja a notación por extensión (ver Cuadro 11).

Cuadro 11
Notación por extensión

Notación simbólica o por comprensión	Notación por extensión
$\mathbf{C} = \{\mathbf{x} \,/\, \mathbf{x} \in \mathbb{Z},\ \mathbf{x} \geq \mathbf{100}\}$	C={101, 102, 103,...}
$\mathbf{D} = \{\mathbf{x} \,/\, \mathbf{x} \in \mathbb{N},\ \mathbf{x} < \mathbf{5}\}$	D={0, 1, 2, 3, 4}

3.4.2. Símbolo de pertenencia

Para un conjunto **A**, se tiene que un elemento x puede pertenecer o no a un conjunto. Para ello, utilizamos la siguiente notación:

$x \in \mathbf{A}$	Se lee, x pertenece a **A**
$x \notin \mathbf{A}$	Se lee, x no pertenece a **A**

3.4.3. SUBCONJUNTOS

Si todo elemento de un conjunto **A** es también elemento de un conjunto **B**, entonces se dice que **A** es subconjunto de **B**, esto se denota:

$$\mathbf{A} \subset \mathbf{B}$$

En caso contrario, se dice que **A** no es subconjunto de **B** y se denota:

$$\mathbf{A} \not\subset \mathbf{B}$$

Ejemplos del uso del símbolo de subconjunto

Sean los conjuntos:

$$\mathbf{X} = \{1, 2, 3\},\ \mathbf{Y} = \{2, 3\},\ \mathbf{Z} = \{0, 1, 2, 3, 4\}$$

Note que

$$\mathbf{X} \subset \mathbf{Z}$$
$$\mathbf{Y} \subset \mathbf{X}$$
$$\mathbf{Y} \subset \mathbf{Z}$$
$$\mathbf{Z} \not\subset \mathbf{X}$$
$$\mathbf{Z} \not\subset \mathbf{Y}$$

3.4.4. ALGUNAS LEYES IMPORTANTES DE CONJUNTOS

- Ley conmutativa:

$$\mathbf{A} \cup \mathbf{B} = \mathbf{B} \cup \mathbf{A}$$
$$\mathbf{A} \cap \mathbf{B} = \mathbf{B} \cap \mathbf{A}$$

- Ley asociativa:

$$\mathbf{A} \cup (\mathbf{B} \cup \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cup \mathbf{B}) \cup \mathbf{C}$$
$$\mathbf{A} \cap (\mathbf{B} \cap \mathbf{C}) = (\mathbf{A} \cap \mathbf{B}) \cap \mathbf{C}$$

- Leyes de idempotencia:

$$\mathbf{A} \cup \mathbf{A} = \mathbf{A}$$
$$\mathbf{A} \cap \mathbf{A} = \mathbf{A}$$
$$\mathbf{U} \cup \mathbf{U} = \mathbf{U}$$
$$\mathbf{U} \cap \mathbf{U} = \mathbf{U}$$

EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

A continuación se proponen algunos ejercicios de autoevaluación que le servirán para revisar la comprensión del tema. Se recomienda resolverlos antes de revisar la respuesta.

1. *Falso (F) o verdadero (V).*

   Sean los conjuntos:

   $A = \{2, 4, 6, 8\}$

   $B = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

   $C = \{3, 6, 9, 12\}$

   $D = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

   Coloque falso (F) o verdadero (V), según corresponda, en cada una de las siguientes expresiones o relaciones de inclusión.

   a. $8 \in A$ _____
   b. $A \subset C$ _____
   c. $4 \notin C$ _____
   d. $\{6, 9\} \subset C$ _____
   e. $A \subset D$ _____
   f. $13 \in D$ _____
   g. $D \subset A$ _____
   h. $D \not\subset B$ _____
   i. $\{1, 3\} \in B$ _____

2. *Realice cada una de las siguientes operaciones entre conjuntos.*

Sean los conjuntos:

$A = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$,

$B = \{1, 3, 5, 7, 9, 11\}$

$C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12\}$

Determine:

a. $A \cup B =$

b. $B \cup C =$

c. $A \cap B =$

d. $B \cap C =$

e. $C - A =$

f. $C - B =$

RESPUESTA A LOS EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

1. *Falso o verdadero*

		Explicación
a. $8 \in A$	V	8 está en A
b. $A \subset C$	F	Ningún elemento de A está en C
c. $4 \notin C$	V	4 no está en C
d. $\{6, 9\} \subset C$	V	{6, 9} resulta un conjunto por estar encerrado entre llaves, por ello, se utiliza el símbolo de $\subset$, dado que 6 y 9 están en C
e. $A \subset D$	V	Todos los elementos de A están en C
f. $13 \in D$	F	13 no está en C
g. $D \subset A$	F	No todos los elementos de D están en A
h. $D \not\subset B$	V	No todos los elementos de D están en B
i. $\{1, 3\} \in B$	F	{6, 9} resulta un conjunto por estar encerrado entre llaves, por ello lo correcto es el símbolo de $\subset$ y no el símbolo de $\in$

2. *Realice cada una de las siguientes operaciones entre conjuntos.*

   a. A ∪ B = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}

   b. B ∪ C = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12}

   c. A ∩ B = { } (la respuesta es el conjunto vacío ya que no hay elementos en común)

   d. B ∩ C ={1, 3, 5, 7, 9, 11}

   e. C –A = {1, 3, 5, 7, 9,11}

   f. C – B = {2, 4, 6, 8, 10,12}

Actividad virtual

Revise la actividad evaluada propuesta para este tema en la plataforma, servirá para reforzar mejor los contenidos y aplicar lo aprendido.

Actividad adicional de investigación

¿Sabías que la teoría de conjuntos fue desarrollada por George Cantor y su desarrollo es la base de la matemática moderna?

CAPÍTULO 4
LÓGICA MATEMÁTICA

SUMARIO

- Definición de preposición.
- Preposiciones compuestas.
- Operadores lógicos.
- Tablas de verdad.

SÍNTESIS

Los contenidos siguientes permitirán que los estudiantes obtengan los principios básicos de la lógica matemática y sus aplicaciones en la informática.

OBJETIVO

Al finalizar el estudio de este capítulo, entre otras habilidades, usted será capaz de:

Adquirir los principios fundamentales de la lógica matemática en enunciados y expresiones de lógica verbal.

4. LÓGICA MATEMÁTICA

4.1. INTRODUCCIÓN

Si bien la lógica nace para la demostración de expresiones matemáticas y teoremas, se aplica en la informática para probar sistemas y crear lenguajes de programación, con esta se puede probar su validez.

4.2. GUÍA DE LECTURA PARA EL MATERIAL DE ESTUDIO

A continuación, en el Cuadro 12, se presenta la lista de los temas por desarrollar con sus respectivos números de página del libro de texto.

Cuadro 12
Temas a estudiar en el capítulo IV

Capítulo	Secciones	Páginas
IV. Lógica matemática		
	4.1 Introducción	116
	4.2 Preposiciones	117-125
	4.3 Tablas de verdad	125-130
	4.10 Aplicaciones de la lógica matemática	163-165

4.3. CONCEPTOS CLAVES

A continuación algunos conceptos claves que le facilitarán el aprendizaje de los contenidos propuestos:

conector "y"(and) o conjunción: La conjunción de dos proposiciones simples es verdadera solo cuando ambas proposiciones simples son verdaderas.

Simbólicamente, este conector se indica con ∧. La tabla de verdad de la conjunción se muestra en el Cuadro 13:

Cuadro 13
Tabla de verdad de la conjunción

p	q	p ∧ q
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

Nota: la tabla anterior también se puede representar con 0 y 1, V = 1 y F = 0

conector "o", (or) o disyunción: La disyunción de dos proposiciones simples es verdadera cuando alguna de las proposiones simples es verdadera. Simbólicamente, este conector se presenta con el símbolo ∨. La tabla de verdad de la disyunción se muestra en el Cuadro 14:

Cuadro 14
Tabla de verdad de la conjunción

p	q	p ∨ q
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F

Nota: la tabla anterior también se puede representar con 0 y 1, V = 1 y F = 0

la negación o el operador not: La negación de una proposición simple será verdadera cuando es falsa y será falsa cuando es verdadera. Simbólicamente, la negación de a es ¬a y se lee "no a" o "la negación de a".

Cuadro 15
Tabla de verdad de la negación

a	¬a
V	F
F	V

Nota: la tabla anterior también se puede representar con 0 y 1, V = 1 y F = 0

proposición: Expresión que resulta falsa o verdadera, pero nunca ambas.

proposiciones simples: Son aquellas que no se pueden dividir en otras proposiciones.

proposiciones compuestas: Combinación de dos o más proposiciones simples.

proposición condicional: Si se tiene dos proposiciones simples representadas por **a** y **b**, **a→b** se lee "si **a**, entonces **b**", donde **a** representa a la premisa y **b** es la conclusión. La tabla de verdad de esta proposición se muestra en el Cuadro 16:

Cuadro 16
Tabla de verdad de la proposición condicional

a	b	a →b
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

Nota: la tabla anterior también se puede representar con 0 y 1, V = 1 y F = 0

proposición bicondicional: Es aquella conformada por dos proposiciones simples y cuyo valor de verdad, como proposición compuesta, es verdadero si ambas proposiciones simples tienen un valor de verdad. Si **a** y **b** son las proposiciones simples, **a** ↔ **b** representa la proposición compuesta bicondicional, algunas veces denominada también la doble implicación y se lee "a si solo si b". A continuación la tabla de verdad de la proposición bicondicional.

Cuadro 17
Tabla de verdad de la proposición bicondicional

a	b	a↔b
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

Nota: la tabla anterior también se puede representar con 0 y 1, V = 1 y F = 0

tabla de verdad: La tabla de verdad para una proposición compuesta se refiere a la representación o resumen de todos los posibles valores de verdad de dicha proposición.

valor de verdad: Para una proposición se refiere a si esta es falsa o verdadera, por tanto se refiere a su veracidad.

4.4. Información complementaria

A continuación se desarrollan los contenidos del Tema IV.

4.4.1. Ejemplos de proposiciones simples

- -3 + 2 = -1, proposición verdadera.
- -6 < -10 es una proposición falsa.
- San José es la capital de México, es una proposición y su valor de verdad es falsa.
- Marte es un planeta sin vida, no es una proposición.

4.4.2. Ejemplos de proposiciones compuestas

Una proposición compuesta está conformada por dos o más proposicones simples, unidas por los diferentes operadores lógicos: and (y), or (o), not (negación), entre otros.

Ejemplo:

La vaca produce leche si y solo si come y está saludable.

Los operadores son: “si y solo si”, que es la forma textual del operador bicondicional (↔) e “y” que es la forma de representar (∧), en tanto, las proposiciones simples son:

- La vaca produce leche
- Come
- Está saludable

4.4.3. *EJEMPLOS DEL USO DE LAS TABLAS DE VERDAD PARA EL ANÁLISIS DE EXPRESIONES*

1. Suponga que Mariana promete lo siguiente: "si hoy llueve, entonces, iré al gimnasio".

   Solución: Si Mariana cumple sus promesas y la proposición "hoy llueve" resulta verdadera, entonces Mariana tendrá, obligatoriamente, que ir al gimnasio. Pero, si hoy llueve resultase falsa (es decir, en caso de que no llueva), entonces Mariana queda en libertad de decidir si va o no al gimnasio. El operador lógico condicional es (→).

2. Analice la proposición: "Juan vive en Costa Rica y Ana va al cine". En este caso, se utiliza el operador "and". Recuerde que en este caso para que la proposición sea verdadera es necesario que las proposiciones simples que la conforman sean verdaderas.
   - A: "Juan vive en Costa Rica"
   - B: "Ana va al cine"

   Analice la tabla de verdad en el Cuadro 18.

Cuadro 18
Tabla de verdad de la proposición "Juan vive en Costa Rica y Ana va al cine"

A	B	A ∧ B
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F

3. Analice la siguiente proposición: "Allan es puntual si y solo si llega siempre temprano".
   Note que este enunciado contiene el bicondicional, por tanto, el enunciado será verdadero cuando ambas proposiciónes tengan el mismo valor de verdad, es decir, ambos falsos o ambos verdaderos.
   - A: "Allan es puntual"
   - B: "llega siempre temprano"

   En el Cuadro 19, se muestra la tabla de verdad:

Cuadro 19
Tabla de verdad de la proposición "Juan vive en Costa Rica y Ana va al cine"

A	B	$A \leftrightarrow B$
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V

EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

A continuación se proponen algunos ejercicios de autoevaluación que le servirán para revisar la comprensión del tema. Se recomienda resolverlos antes de revisar la respuesta.

1. *El arroz está listo si y solo si tiene todos los ingredientes necesarios y se cocinó el tiempo adecuado.*

   Para la expresión anterior, obtenga las proposiciones simples que la conforman:

   - x =
   - y =
   - z =

2. *Mario puede tener su música favorita si y solo si la compra o se la regalan.*

   Para la expresión anterior obtenga las proposiciones simples que la conforman.

   - x =
   - y =
   - z =

3. *Escriba, en palabras, la negación de cada una de las siguientes proposiciones.*

Oración original	Oración contraria o negación
a) El carro está estacionado:	
b) El parque no está lleno:	
c) El sismo no fue destructivo:	
d) El casco protege la cabeza:	

4. *Considere las siguientes proposiciones:*

a: La casa es grande

b: La familia es feliz

c: Todos tienen su cuarto

d: Los niños ven televisión en sus cuartos

Escriba, en palabras, cada una de las siguientes expresiones:

Expresión simbólica	Expresión en palabras
$a \rightarrow b$**:**	
$d \leftrightarrow a$:	
$a \wedge c \rightarrow b$:	
$a \vee c \rightarrow d$:	

5. *A continuación se le presentan cuatro oraciones. Indique si se trata de una proposición y, en caso de que lo sea, indicar el valor de verdad (verdadero o falso).*

   a. Todos los números pares son números primos.

   b. $-7 + 5 < -10$

   c. $-15 + 10 = -5$

   d. El conjunto de los números naturales es subconjunto de los números enteros.

RESPUESTA A LOS EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

1. *El arroz está listo si y solo si tiene todos los ingredientes necesarios y se cocinó el tiempo adecuado.*

Para la expresión anterior obtenga las proposiciones simples que la conforman.

a. x = El arroz está listo
b. y = Tiene todos los ingredientes necesarios
c. z = Se cocinó el tiempo adecuado

2. *Mario puede tener su música favorita si y solo si la compra o se la regalan.*

Para la expresión anterior, obtenga las proposiciones simples que la conforman.

d. x = Mario puede tener su música favorita
e. y = La compra
f. z = Se la regalan

3. *Escriba, en palabras, la negación de cada una de las siguientes proposiciones.*

Oración original	Oración contraria o negación
a) El carro está estacionado	El carro no está estacionado
b) El parque no está lleno	El parque está lleno
c) El sismo no fue destructivo	El sismo fue destructivo
d) El casco protege la cabeza	El casco no protege la cabeza

4. *Considere las siguientes proposiciones:*

a: La casa es grande.

b: La familia es feliz

c: Todos tienen su cuarto

d: Los niños ven televisión en sus cuartos

Escriba, en palabras, cada una de las siguientes expresiones.

Expresión simbólica	Expresión en palabras
$a \rightarrow b$**:**	La casa es grande, entonces la familia es feliz
$d \leftrightarrow a$:	Los niños ven televisión en sus cuartos si y solo si la casa es grande
$a \wedge c \rightarrow b$:	La casa es grande y todos tiene su cuarto, entonces la familia es feliz.
$a \vee c \rightarrow d$:	La casa es grande o todos tiene su cuarto entonces los niños ven televisión en sus cuartos

5. *A continuación se le presentan cuatro oraciones indique si se trata de una proposición, y en caso de que lo sea, indicar el valor de verdad (verdadero o falso).*

a. Todos los números pares son números primos

Es una proposición con valor de verdad falso.

b. $-7 + 5 < -10$

Proposición, pues es una expresión matemática, pero el valor de verdad es falso, ya que $-2 > -10$

c. $-15 + 10 = -5$

Proposición, pues es una expresión matemática, su valor de verdad es verdadera

d. El conjunto de los números naturales es subconjunto de los números enteros.

Proposición, con valor de verdad verdadera

LISTA DE REFERENCIAS A CONSULTAR

A continuación algunos vínculos útiles para ampliar en el tema.

1. En el siguiente enlace, se puede ampliar sobre la importancia de la lógica matemática:

   https://sites.google.com/site/sitesagradopythia/impportancia-de-la-logica-matematica

ACTIVIDAD VIRTUAL

Revise la actividad evaluada propuesta en la plataforma para este tema. Servirá para reforzar mejor los contenidos y aplicar lo aprendido.

ACTIVIDAD ADICIONAL DE INVESTIGACIÓN

¿Sabía que los principios de la lógica matemática permiten verificar programas, aspecto muy relevante para conocer la pertinencia de lo que se diseña?

Investigue acerca de la importancia de la lógica en la informática.

CAPÍTULO 5 ÁLGEBRA BOOLEANA

SUMARIO

- Teoremas de Boole.
- Simplificación de expresiones booleanas.

SÍNTESIS

Los contenidos siguientes permitirán la compresión de expresiones booleanas y su simplificación.

OBJETIVOS

En el transcurso del estudio de este capítulo, entre otras habilidades, usted será capaz de:

Adquirir conocimientos sobre los principios fundamentales del álgebra booleana para la simplificación de expresiones.

5. ÁLGEBRA BOOLEANA

5.1. INTRODUCCIÓN

El álgebra booleana se relaciona con la lógica matemática, la cual, como se indicó en el tema anterior, sienta los principios de la electrónica digital que, a su vez, es la que hace funcionar los sistemas informáticos. El álgebra de Boole permite la simplificación de circuitos lógicos en el contexto de la electrónica digital, utilizar menos componentes y hacer más económicos y eficientes los procesos derivados de hacer las cosas de forma más simple y concreta.

5.2. GUÍA DE LECTURA PARA EL MATERIAL DE ESTUDIO

A continuación, en el Cuadro 20, se presenta la lista de los temas por desarrollar con sus respectivos números de página del libro de texto.

Cuadro 20
Temas a estudiar en el capítulo V

5.3. Conceptos claves

A continuación algunos conceptos claves que le facilitarán el aprendizaje de los contenidos propuestos:

álgebra booleana: Conjunto de reglas que permiten representar expresiones de la lógica: y, o, negación, condicional, bicondicional, entre otras.

simplificación u optimización de una expresión booleana: Consiste en la reducción y simplificaciónde expresiones. Uno de estos métodos es por medio del uso de los diferentes teoremas del álgrebra booleana.

teoremas del álgebra booleana: Conjunto de reglas que se aplican en una expresión booleana para realizar una simplificación y reducción de términos. A continuación, una tabla con los teoremas y su dual:

Cuadro 21

Teoremas del álgebra booleana y sus duales

Número de teorema	Teorema (a)	Dual (b)
1	0A = 0	1 + A = 1
2	1A = A	0 + A = A
3	AA = A	A + A = A
4	AA´ = 0	A + A´ = 1

Número de teorema	Teorema (a)	Dual (b)
5	$AB = BA$	$A + B = B + A$
6	$ABC = A(BC)$	$A + B + C = A + (B + C)$
7	$(AB...Z)' = A' + B' +...+ Z'$	$(A + B +... + Z') = A'B'...Z'$
8	$AB + AC = A\ (B + C)$	$(A + B)(A + C) = A + BC$
9	$AB + AB' = A$	$(A + B)(A + B') = A$
10	$A + AB = A$	$A(A + B) = A$
11	$A + A'B = A + B$	$A(A' + B) = AB$
12	$CA + CA'B = CA + CB$	$(C + A)(C + A'+ B) = (C + A)(C + B)$
13	$AB + A'C + BC = AB + A'C$	$(A + B)(A' + C)(B + C) = (A + B)(A' + C)$

5.4. Información complementaria

A continuación se desarrollan los contenidos del Tema V.

5.4.1. Algunas propiedades para las expresiones booleanas

a. Están compuestas de letras mayúsculas (A, B, C,…) y cada una de ellas representa la señal de un sensor.
b. El valor de las señales o de la función solo puede ser 0 o 1, falso o verdadero.
c. Además de letras, pueden existir los valores 0 o 1.
d. Las letras de las expresiones booleanas pueden estar conectadas por medio de los operadores lógicos: ∧ (y), ∨ (o), ¬ (negación). El operador “y” es una multiplicación lógica, el “o” es una suma lógica y la “negación” es el complemento.

5.4.2. Determinar una expresión booleana de una tabla de verdad

Se puede hacer a partir de una tabla de verdad de un determinado proceso. Para ello, se toman todos aquellos valores que hacen verdadero o que dan como resultado "1" en el proceso.

Ejemplo:

Un sistema “F” fabrica cajas de PVC, por lo cual, para que la caja pueda salir de la línea de producción, debe reunir condiciones de medida que van detectando sensores ópticos (X, Y, Z y W).

El sistema permite que cada caja termine el proceso cuando reúne condiciones específicas que se han determinado de manera previa y que se detallan en el Cuadro 22:

Cuadro 22

Tabla de verdad de sistema de fabricación de cajas

X	Y	Z	W	F
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1
0	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	0	0	0
0	0	1	0	1
1	1	0	0	1

Ahora, para determinar la función booleana se deben considerar todas aquellas filas de la tabla de la verdad que generen como resultado "1" en la columna de la función "F".

F= X´YZ´W + XY´Z´W + XY´ZW´ + X´Y´ZW´ + XYZ´W´

Nota: la apóstrofe en cada letra representa la negación de dicha variable, es decir, un 0.

5.4.3. Determinar una tabla de verdad a partir de una expresión booleana

Ejemplo:

Analice la siguiente función booleana:

F = AB´C´D´ + A´B´CD + AB´C´D + A´B´C´D´ + AB´CD´

A partir de una función booleana también se puede obtener la tabla de verdad con las condiciones en las que sistema "F" tiene un valor de "1" o verdadero.

A continuación, la tabla de verdad que permitiría visualizar los estados de los sensores del sistema para la función booleana anterior (Cuadro 23):

Cuadro 23

Tabla de verdad de una función booleana

A	B	C	D	F
1	0	0	0	1
0	0	1	1	1
1	0	0	1	1
0	0	0	0	1
1	0	1	0	1

Ejemplo:

Simplificar, por medio de los teoremas del álgebra booleana (ver tabla 22), la siguiente expresión:

$$F = AA' + 1A + A(A + B)$$

Note que

$AA' = 0$, por el teorema 4(a), $AA' = 0$

$1A = A$, por el teorema 2(a), $1A = A$

$A(A + B) = A$, por el teorema 10(b)[1]

De lo anterior, la expresión se convierte en

$$F = 0 + A + A,$$

note que $0 + A = A$, por el teorema 2(b)

$$F = A + A,$$

note que $A + A = A$, por el teorema 3(b)

$$F = A$$

esta es la expresión más simplificada de la función booleana utilizando el álgebra booleana.

Nota: el éxito en la simplificación es el orden, se recomienda ir simplificado paso a paso e, inclusive, indicar los teoremas utilizados.

Ejemplo:

Simplificar, por medio de los teoremas del álgebra booleana, la siguiente expresión:

$$F = A + AB + 1A + A'$$

[1] 10(b) indica el dual del teorema 10 de acuerdo a la tabla X

Note que

$A + AB = A$, por el teorema 10(a), $A + AB = A$

$1A = A$, por el teorema 2(a), $1A = A$

De lo anterior, la expresión se convierte en

$F = A + A + A'$

Note que

$A + A' = 1$, por el teorema 4(b)

Entonces

$F = A + 1$

Ahora, que si $A + 1 = 1$, por el teorema 1(b), tenemos que

$F = 1$

Esta es la expresión más simplificada de la función booleana utilizando el álgebra booleana.

Ejercicios de autoevaluación

A continuación se proponen algunos ejercicios de autoevaluación que le servirán para revisar la comprensión del tema. Se recomienda resolverlos antes de revisar la respuesta.

I Parte

Instrucciones: *reduzca al máximo cada una de las siguientes expresiones boolenas. Para ello, utilice los teoremas del Cuadro 21 . Recuerde indicar en cada paso el teorema utilizado e ir indicándolo.*

1. $F = 0A + 1 + A + A + A' + AA' + 0$

2. $F = R + R' + L + L + (R + L)(R + L') + 0 + L$

II Parte.

3. *Un sistema (L) controla el funcionamiento de un proceso industrial. Se determinó una expresión booleana para un circuito digital, el cual controla el funcionamiento de la presión que se ejerce sobre el material de una caja para efectos de dar forma al producto.*

$$L = XY'Z'W + X'YZ'W + X'YZW' + X'Y'Z'W + XYZ'W'$$

Obtenga la tabla de la verdad del sistema.

4. *Un sistema "F" fabrica envases y para que estos salgan de la línea de producción deben reunir condiciones de medida que van detectando los sensores ópticos (A, B, C, D) a lo largo del camino. El sistema permite que la caja termine el proceso cuando se reúnen condiciones específicas en el envase que se han determinado de manera previa y que se detallan en el Cuadro24.*

Cuadro 24

Tabla de verdad del sistema de fábrica de envases

A	B	C	D	F
0	1	0	1	1
1	0	0	1	1
0	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	0	0	0
0	0	1	1	1
1	1	0	1	1

Escriba la función booleana que equivale a la tabla anterior.

RESPUESTA A LOS EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

I Parte

Instrucciones: *reduzca al máximo cada una de las siguientes expresiones boolenas.*

1. F = 0A + 1 + A + A + A´ + AA´ + 0

F = **0A** + 1 + A + A + A´ + AA´ + 0	**0A** = 0, por el teorema 1(a)
F= 0 + 1 + **A + A** + A´ + AA´ + 0	**A + A** = A, por el dual del teorema 3(a)[2]
F= 0 + 1 + **A + A´** + AA´ + 0	**A + A´ =** A, por el teorema 4(b)
F = 0 + 1 + A + **AA'** + 0	**AA´**= A, por el teorema 4(a)
F= 0 + 1 + A + A + 0	Luego, reacomodando:
F= **0 + A** +1 + A + 0	**0 + A** = A, por el dual del teorema 2(a)
F= A + 1 + A + **0 + 0**	por propiedad **0 + 0** = 0
F= A + 1 + A + 0	Reacomodado, se tiene
F = **A + A** + 1	**A + A** = A, por el dual del teorema 3(a)
F= A + 1	1 + A = 1, por el dual del teorema 1(a)
F = 1	

---

[2] Que es lo mismo que el teorema 3(b)

2. $F = R + R' + L + L + (R + L)(R + L') + 0 + L$

$F = \mathbf{R + R'} + L + L + (R + L)(R + L') + 0 + L$	$\mathbf{A + A'} = 1$, por el dual del teorema 4(a)
$F = 1 + \mathbf{L + L} + (R + L)(R + L') + 0 + L$	$\mathbf{A + A} = A$, por el teorema 3(a) dual
$F = 1 + L + (R + L)(R + L') + \mathbf{0 + L}$	$\mathbf{0 + A} = A$, por el teorema 2(b) dual
$F = \mathbf{1 + L} + (R + L)(R + L') + L$	$\mathbf{1 + A} = 1$, por el dual del teorema 1(a)
$F = 1 + (R + L)(R + L') + L$	Luego, reacomodando la expresión
$F = \mathbf{1 + L} + (R + L)(R + L')$	$\mathbf{1 + A} = 1$, por el dual del teorema 1(a)
$F = 1 + \mathbf{(R + L)(R + L')}$	$\mathbf{(A + B)(A + B') =} A$, por el dual del teorema 9(a)
$F = \mathbf{1 +} \mathbf{R}$	$\mathbf{1 + A} = 1$, por el dual del teorema 1(a)
$F = 1$	

II Parte

3. *Circuito digital que controla el funcionamiento de la presión de un sistema de cajas.*

Tabla de verdad del circuito digital

X	Y	Z	W	L
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	0	0	1	1
1	1	1	0	1
0	0	1	1	1

4. Escriba la función booleana que equivale a la tabla de verdad del sistema de fábrica de envases.

F = A´BC´D + AB´C´D + AB´CD´ + A´B´CD + ABC´D.

Lista de referencias

A continuación algunos vínculos útiles para ampliar en el tema.

1. En el siguiente vínculo se tiene la aplicación del álgebra booleana en las compuertas lógicas utilizadas en la electrónica, dispositivos electrónicos y la computación:

   http://www.virtual.unal.edu.co/cursos/ingenieria/2000477/lecciones/020101.htm

2. El siguiente enlace cuenta con una contextualización del tema del álgebra booleana con el matemático que la desarrolló, se recomienda leer solamente el apartado de introducción:

   http://matematicasparacomputadora.weebly.com/unidad-4---algebra-booleana.html

Actividad virtual

Revise la actividad evaluada propuesta en la plataforma para este tema. Servirá para reforzar mejor los contenidos y aplicar lo aprendido.

ACTIVIDAD ADICIONAL DE INVESTIGACIÓN

Investigue acerca de la importancia del álgebra booleana para la optimización y simplificación de los circuitos digitales ¿Qué se logra con esta simplificación?

CAPÍTULO 6
RELACIONES

SUMARIO

- Relaciones.
- Representación de relaciones en matrices.
- Matriz de una relación.
- Características de las relaciones.
- Diferentes tipos de relaciones.

SÍNTESIS

Se presentan las relaciones y su forma matricial, así como características que estas presentan en cada una de sus tipos de relación.

OBJETIVOS

Durante el estudio de este capítulo, entre otras habilidades, usted será capaz de:

Adquirir la noción de relación en su forma matricial y en su forma de conjunto para la identificación del tipo de relación que se cumple.

6. RELACIONES

6.1. INTRODUCCIÓN

La relación es una función matemática, la cual sirve de base para los diferentes lenguajes de programación. En este tema se presenta la noción de relación, las matrices de relación y algunos de sus tipos.

6.2. GUÍA DE LECTURA PARA EL MATERIAL DE ESTUDIO

A continuación se presenta la Cuadro 25, con la lista de los temas por desarrollar con sus respectivos números de página del libro de texto.

Cuadro 25

Temas a estudiar en el capítulo VI

Capítulo	Secciones	Páginas
VI. Conjuntos		
	6.1 Introducción	220
	6.2 Elementos de una relación, hasta la sección 6.2.3	220-225
	6.3 Tipos de relaciones	227-235
	6.9 Aplicación de las funciones	267

6.3. CONCEPTOS CLAVES

A continuación algunos conceptos claves que le facilitarán el aprendizaje de los contenidos propuestos:

matriz: En matemática, la matriz es un arreglo de números. Esta tiene múltiples aplicaciones.

matriz relación: Es un arreglo conformado por ceros y unos, de manera tal que cada entrada par ordenada que esté en la relación se representará con un 1 y en todas aquellas entradas de la matriz que no estén en la relación se representa con un 0. En el Cuadro 26, un ejemplo de matriz relación:

Cuadro 26
Ejemplo de matriz relación

$$M_R = \begin{array}{c|cccc} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ \hline \mathbf{1} & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \mathbf{2} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{3} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{4} & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$

La relación anterior viene dada por los siguienes pares ordenados:

R={(1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 1), (3, 2), (4, 2), (4, 4)}

Nota: los pares ordenados anteriores son de la forma (fila, columna).

matriz traspuesta: Es aquella matriz que resulta de invertir filas y columnas de una matriz dada.

producto cartesiano: Se conoce también como la multplicación entre conjuntos. Da como resultado un nuevo conjunto conformado por pares ordenados. El producto cartesiano, de dos conjuntos A y B, se denota con A x B y brinda el conjunto de pares ordenados de la forma (a, b), donde el componente "a" pertenece al conjunto A y "b" pertenece al conjunto B.

Ejemplo:

Sean los conjuntos A = {0, 3, 4} y B = {1,2}, realizando el producto cartesiano A X B, se obtiene:

A X **B** = {(0, 1), (0, 2), (3, 1), (3, 2),(4, 1),

(4, 2)}

Note que se obtienen 6 pares ordenados, dado que el primer conjunto tiene tres elementos y el segundo dos, el producto de ambos da 6.

relación: La relación entre a y b se denota como aRb y se refiere a un conjunto de pares ordenados de la forma (a, b), donde el primer elemento está relacionado con el segundo. En forma general, se representa de la siguiente forma:

R = {(a, b) / a ∈ A y b ∈ B}

Una relación es una correspondencia entre dos elementos. En el contexto informático las relaciones tienen aplicación en las bases de datos.

relación binaria: Es aquella relación que se da entre dos conjuntos conformada por pares ordenados.

6.4. Información complementaria

A continuación se desarrollan los contenidos del Tema VI.

6.4.1. *Tipos de relaciones*

Una relación es reflexiva, cuando todo el conjunto A, está relacionado consigo mismo. De forma característica, la matriz de una relación reflexiva, tiene 1 en toda su diagonal.

6.4.1.1. Ejemplo de relación reflexiva

Considere los conjuntos

A = {1, 2, 3, 4}

B = {1, 2, 3, 4}

tal que se da la relación entre ambos conjuntos corresponde a:

R = {(1, 1), (1, 3), (2, 2), (2, 4), (3, 1), (3, 3), (4, 1), (4, 4)}

Note que la relación es reflexiva ya que 1**R**1, 2**R**2, 3**R**3, 4**R**4 son igual a 1.

M_R =

	1	**2**	**3**	**4**
1	**1**	0	1	1
2	0	**1**	0	1
3	1	0	**1**	0
4	1	0	0	**1**

6.4.2. Relación irreflexiva

Una relación es irreflexiva cuando ningún elemento de A está relacionado consigo mismo. De forma característica, la diagonal de la matriz tiene solamente 0. Esto es (a, a) ∉ R

Considere los conjuntos

A = {1, 2, 3, 4}

B = {1, 2, 3, 4}

tal que se da la relación entre ambos conjuntos corresponde a:

R = {(1, 4), (2, 3), (2, 1), (2, 4), (3, 1), (3, 4),
(4, 1), (4, 3)}

A continuación la matriz de la relación:

M_R =

	1	**2**	**3**	**4**
1	0	0	0	1
2	1	0	1	1
3	1	0	0	1
4	1	0	1	0

6.4.3. Relación simétrica

Una relación es simétrica cuando (a,b) ∈ R y (b,a) ∈ R. Es decir, si el par (1,2) pertenece a la relación, entonces, para tener una relación simétrica, necesariamente (2,1), debe estar en la relación. La matriz de la relación presenta una simetría con respecto a la diagonal, además, su matriz traspuesta es igual.

6.4.4. Ejemplo de relación simétrica

Considere los conjuntos

A = {1, 2, 3, 4}

B = {1, 2, 3, 4}

tal que se da la relación entre ambos conjuntos corresponde a:

R = {(1, 4), (4, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 1), (1, 3)}

M_R =

	1	**2**	**3**	**4**
1	0	0	1	1
2	0	0	1	0
3	1	1	0	0
4	1	0	0	0

6.4.5. Relación transitiva

Este tipo de relación ocurre cuando aRb, bRc, entonces aRc. Es decir, si el par (1, 2) ∈ R y (2, 3) ∈ R, entonces (1,3) ∈ R.

EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

A continuación se proponen algunos ejercicios de autoevaluación que le servirán para revisar la comprensión del tema, se recomienda resolverlos antes de revisar la respuesta.

1. Considere la siguiente matriz relación.

$$M_R = \begin{array}{c|cccc} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ \hline \mathbf{1} & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \mathbf{2} & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{3} & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \mathbf{4} & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

a. Determine si la matriz es simétrica. Justifique su respuesta utilizando la teoría.

b. Determine si la matriz es transitiva. Justifique su respuesta utilizando la teoría.

2. Considere la siguiente matriz relación:

$$M_R = \begin{array}{c|cccc} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ \hline \mathbf{1} & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \mathbf{2} & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{3} & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \mathbf{4} & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

Determine si la matriz es asimétrica, justifique su respuesta utilizando la teoría.

3. Considere la siguiente matriz relación

$$M_R = \begin{array}{c|cccc} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ \hline \mathbf{1} & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \mathbf{2} & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{3} & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \mathbf{4} & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

a. Determine si la matriz es simétrica. Justifique su respuesta utilizando la teoría.

b. Determine si la matriz es irreflexiva. Justifique su respuesta, utilizando la teoría.

4. La Matriz de una relación viene dada por:

$$M_R = \begin{array}{c|cccc} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ \hline \mathbf{1} & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \mathbf{2} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{3} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{4} & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$

Determine la matriz transpuesta de la matriz dada.

5. Sean R = {1, 2, 3 ,4} y R = {(1, 1), (1, 3), (2, 2), (3,1), (3,3), (4, 4)}

   a. Construya la matriz relación de R.

   b. Determine si R es reflexiva, justifique su respuesta.

6. Sea R = {(1, 3), (2, 4), (2, 1), (4, 3)}

   a. Represente la matriz relación con los pares ordenados indicados para R.

   b. Indique si la relación es irreflexiva o no. Justifique su respuesta.

7. Determine los pares ordenados de la siguiente matriz relación.

$$M_R = \begin{array}{c|cccc} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ \hline \mathbf{1} & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{2} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{3} & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \mathbf{4} & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

RESPUESTA A LOS EJERCICIOS DE AUTOEVALUACIÓN

1. Considere la siguiente matriz relación.

$$M_R = \begin{array}{c|cccc} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ \hline \mathbf{1} & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \mathbf{2} & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{3} & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \mathbf{4} & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$

a. Determine si la matriz es simétrica. Justifique su respuesta utilizando la teoría.

R = {(1, 1), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 4)}

La relación no es simétrica, ya que para que lo sea se debe cumplir que si existe el par (a, b) debe existir su contraparte espejo o par simétrico (b, a), y debe cumplirse al contrario también, esto para todos los casos.

b. Determine si la matriz es transitiva, justifique su respuesta utilizando la teoría.

R = {(1, 1), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 4)}

La relación no es transitiva, para que una relación sea transitiva debe cumplirse que si existe el par (a, b) y (b, c) debe existir obligatoriamente el par (a, c).

2. Considere la siguiente matriz relación.

$$M_R = \begin{array}{c|cccc} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ \hline \mathbf{1} & 0 & 1 & 0 & 1 \\ \mathbf{2} & 1 & 0 & 1 & 0 \\ \mathbf{3} & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \mathbf{4} & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$

Determine si la matriz es asimétrica, justifique su respuesta utilizando la teoría.

R = {(1, 2), (1, 4), (2, 1), (2, 3), (3, 1), (3, 4), (4, 1), (4, 3)}

La relación no es asimétrica. Para que R sea asimétrica, debe cumplirse que si para todo par (a, b) ∈ R, su par simétrico (b, a) ∉ R. Además, ningún elemento debe estar relacionado consigo mismo, o sea la diagonal deberá contener solamente ceros.

3. Considere la siguiente matriz relación

$$M_R = \begin{array}{c|cccc} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ \hline \mathbf{1} & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \mathbf{2} & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{3} & 0 & 0 & 1 & 1 \\ \mathbf{4} & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$

a. Determine si la matriz es simétrica. Justifique su respuesta, utilizando la teoría.

R = {(1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 3), (4, 4)}

La relación sí es simétrica, para que una relación sea simétrica, debe existir el par (a, b) debe existir su contraparte espejo o par simétrico (b, a) para todos los casos.

b. Determine si la matriz es irreflexiva. Justifique su respuesta utilizando la teoría.

R = {(1, 1), (1, 2), (1, 4), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 3), (4, 4)}

La relación no es irreflexiva, ya que para que una relación sea irreflexiva, ningún elemento del conjunto A debe estar asociado consigo mismo (a, a) ∉ R, o sea, su diagonal debe estar compuesta únicamente por ceros, sin importar lo que haya fuera de la diagonal, pueden ser ceros o unos.

4. La Matriz de una relación viene dada por:

$$M_R = \begin{array}{c|cccc} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} \\ \hline \mathbf{1} & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \mathbf{2} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \mathbf{3} & 0 & 1 & 0 & 0 \\ \mathbf{4} & 0 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$

Determine la matriz transpuesta de la matriz dada.

M_R^{-1} =

	1	**2**	**3**	**4**
1	1	1	0	0
2	1	0	1	1
3	0	0	0	0
4	1	0	0	1

5. Sean R = {1, 2, 3 ,4} y R = {(1,1), (1,3), (2,2), (3,1), (3,3), (4,4)}.
   a. Construya la matriz relación de R.

M_R =

	1	**2**	**3**	**4**
1	1	0	1	0
2	0	1	0	4
3	1	0	1	0
4	0	0	0	1

   b. Determine si R es reflexiva. Justifique su respuesta.

La relación es reflexiva ya que la diagonal está compuesta totalmente de unos.

6. Sea R = {(1, 3), (2, 4), (2, 1), (4, 3)}.

a. Represente la matriz relación con los pares ordenados indicados para R.

$M_R =$

	1	**2**	**3**	**4**
1	0	0	1	0
2	1	0	0	4
3	0	0	0	0
4	0	0	1	0

b. Indique si la relación es irreflexiva o no, justifique su respuesta.

La relación es irreflexiva ya que la diagonal está compuesta totalmente de ceros.

7. Determine los pares ordenados de la siguiente matriz relación.

$M_R =$

	1	**2**	**3**	**4**
1	1	0	1	0
2	1	0	0	0
3	0	1	0	1
4	1	0	1	0

R = {(1, 1), (1, 3), (2, 1), (3, 2), (3, 4), (4, 1), (4, 3)}

ACTIVIDAD VIRTUAL

Revise la actividad evaluada propuesta para este tema, servirá para reforzar mejor los contenidos y aplicar lo aprendido.

ACTIVIDAD ADICIONAL DE INVESTIGACIÓN

Investigue acerca de la importancia de las relaciones y de las funciones para el área de la informática, así mismo, algunos de los lenguajes informáticos más comunes que se relacionan con este tópico.

LISTA DE REFERENCIAS

Jiménez Murillo, José Alfredo. (2008). *Matemáticas para la Computación.* México: Editorial Alfaomega.